SCIENTIA NATURALIS
Scientia Naturalis, v. 6, n. 2, p. 949-967, 2024
Home page: http://revistas.ufac.br/revista/index.php/SciNat
DOI: https://doi.org/10.29327/269504.6.2-27
ISSN 2596-1640

Funções densidade de probabilidade e métodos de ajuste para predição da distribuição diamétrica de árvores em florestas nativas

Quétila Souza Barros[1], Isla Camile Araújo de Oliveira[2], Henrique Pereira de Carvalho[2], Romário Mesquita Pinheiro[1], Vitória Emily Penedo da Silva[2], Evandro José Ferreira Linhares[1], Douglas Tavares da Costa[2]

[1]Pesquisador(a) do Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia, Núcleo de Pesquisas do Acre, Rio Branco, Acre, Brasil. [2]Discente do Curso de Engenharia Agronômica da Universidade Federal do Acre, Rio Branco, Acre, Brasil. *quetilabarros@gmail.com

Recebido em: 02/02/2024 **Aceito em: 02/11/2024** **Publicado em: 30/11/2024**

DOI: https://doi.org/10.29327/269504.6.2-27

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo realizar revisões na literatura sobre funções densidade de probabilidade (fdp) e métodos de ajuste utilizados para predição da distribuição diamétrica de árvores em florestas nativas do Brasil, no período de 1973 a 2018. Foram selecionados artigos publicados em periódicos científicos, com acesso livre, que abordassem o tema fdp e métodos de ajuste para predição da distribuição diamétrica de árvores em florestas nativas. As buscas foram realizadas nas plataformas Web of Science, Science Direct, Scopus, Google Scholar e MDPI. Os resultados da revisão bibliográfica apontaram que as funções densidade de probabilidade Weibull, Beta e Gama foram as mais empregadas em estudos de distribuição diamétrica de árvores em florestas nativas do Brasil. Dentre eles, o método de ajuste de máxima verossimilhança foi o mais utilizado, seguido do método de percentis. Ademais, foram abordadas a função Beta, introduzida por Pearson, e a função Gamma, com parâmetros α e β. Além disso, testes de aderência, como Anderson-Darling, Kolmogorov-Smirnov, Reynolds, Cramér-von Mises, Qui-quadrado e Shapiro-Wilk, foram empregados para avaliar a qualidade do ajuste das fdps.
Palavras-chave: Estrutura diamétrica. Modelagem estatística. Ajuste de distribuição.

Probability density functions and adjustment methods for predicting the diameter distribution of trees in native forests

ABSTRACT

This work aimed to review the literature on probability density functions (pdf) and adjustment methods used to predict the diametric distribution of trees in native forests in Brazil, from 1973 to 2018. Articles published in scientific journals were selected, with open access, which addressed the pdf theme and adjustment methods for predicting the diameter distribution of trees in native forests. The searches were carried out on the Web of Science, Science Direct, Scopus, Google Scholar and MDPI platforms. The results of the literature review showed that the Weibull, Beta and Gamma probability density functions were the most used in studies of the diametric distribution of trees in native forests in Brazil. Among them, the maximum likelihood adjustment method was the most used, followed by the percentile method. Furthermore, the Beta function, introduced by Pearson, and the Gamma function, with parameters α and β, were addressed. Furthermore, adherence tests, such as Anderson-Darling, Kolmogorov-Smirnov, Reynolds, Cramér-von Mises, Chi-square and Shapiro-Wilk, were used to evaluate the goodness of fit of the pdfs.
Keywords: Diametric structure. Statistical modeling. Distribution adjustment.

INTRODUÇÃO

Em florestas nativas, onde a idade é normalmente componente desconhecido, a distribuição diamétrica é imprescindível. Ela indica a amplitude das classes de diâmetro, servindo para diferenciar tipologias florestais, quando conjunta a dados de incremento periódico do diâmetro ou mudança de uma classe diamétrica para outra, auxilia na construção de tabelas de produção que levam em conta a dinâmica florestal (SCOLFORO, 2006).

Existem três tipos de distribuição: unimodal, multimodal e decrescente. A distribuição unimodal é típica de povoamentos jovens e equiâneos, raramente espécies nativas apresentam esse tipo de distribuição. A multimodal apresenta mais de um ponto com maior frequência. Já a decrescente é típica de formações florestais, onde há regeneração frequente, como no caso da maioria das florestas nativas com idades e espécies variadas. Nessa situação a distribuição dos diâmetros é decrescente (SCOLFORO, 2006).

Ainda para Scolforo (2006), a descrição da distribuição diamétrica das árvores pode ser feita por meio das funções densidade de probabilidade (fdp). Uma função de densidade de probabilidade (fdp), é definida como a probabilidade relacionada com cada valor da variável estudada, ou da classe diamétrica nesse caso específico. Ela também pode descrever a distribuição das frequências absolutas ou relativas das diferentes classes de tamanho das árvores (CAMPOS; LEITE, 2017).

Nesse contexto, as funções densidade de probabilidade (fdp) surgem como ferramentas estatísticas essenciais para modelar e interpretar essas distribuições. Elas permitem descrever de maneira precisa e quantitativa a distribuição das diferentes classes de tamanho das árvores, fornecendo insights valiosos para o manejo florestal e a conservação da biodiversidade (FERREIRA et al., 2022).

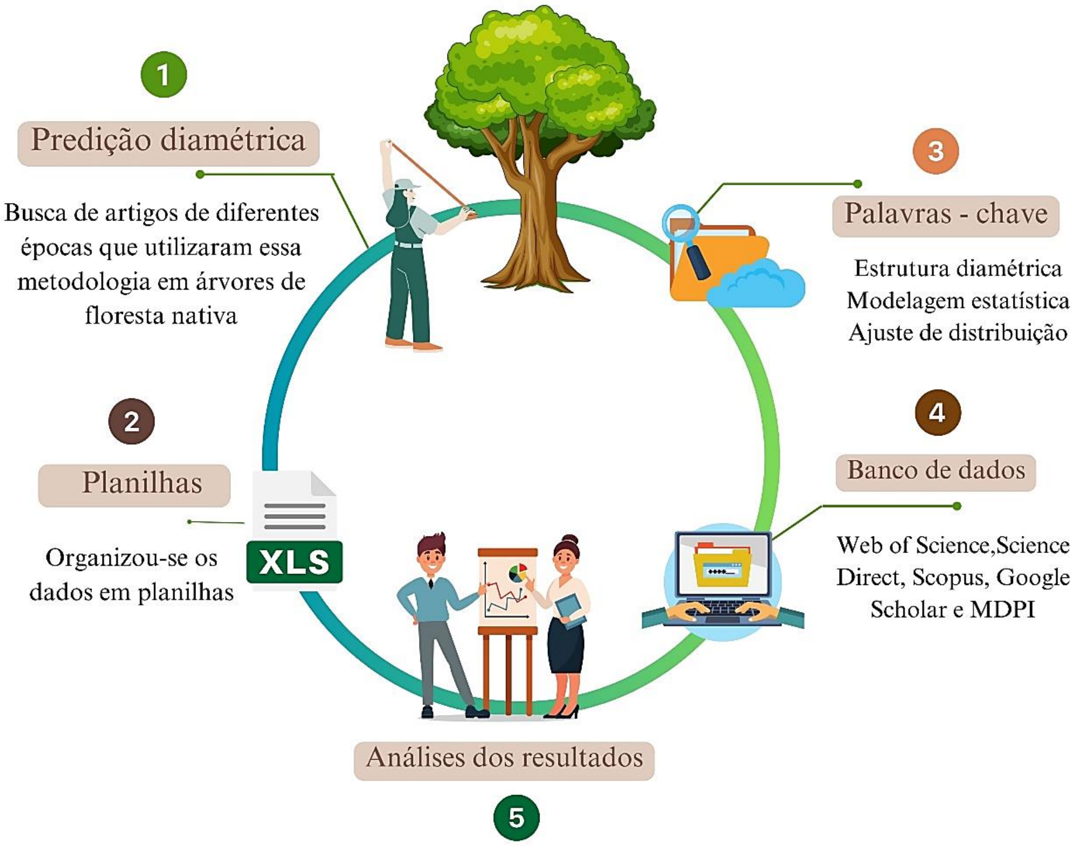
Ao considerar a complexidade das interações entre os elementos do ecossistema florestal, desde a dinâmica de crescimento das árvores até os processos de regeneração e mortalidade, torna-se evidente que compreender e interpretar a distribuição diamétrica é fundamental para uma gestão sustentável dos recursos florestais (WALDY et al., 2022).

O objetivo deste artigo é explorar de forma detalhada as funções densidade de probabilidade (fdp) e os métodos de ajuste aplicados para prever como como os diâmetros das árvores se distribuem nas florestas nativas do Brasil.

METODOLOGIA

Neste trabalho a metodologia esta apresentada em um esquema que elenca cada umas das etapas desenvolvidas, como mostra na Figura 1. No fluxograma todas as atividades realizadas estão explicitas de forma que busque mostrar o objetivo alcançado. Mostrando detalhadamente como cada fase ocorrerá:

Figura 1 - Esquema simplificado das etapas de avaliação das publicações para realizar a revisão de literatura sobre Funções densidade de probabilidade e métodos de ajuste para predição da distribuição diamétrica de árvores em florestas nativas.



.

Utilizando os métodos de uma metodologia dedutiva de caráter exploratória, essa composição se baseou em trabalhos bibliográficos de revisão esses artigos de diferentes épocas abordam sobre predição diamétrica de árvores em florestas nativas.

A análise literária deu prioridade a trabalhos que aplicaram em suas metodologias alguma das funções como de densidade de probabilidade em florestas nativas das últimas décadas. Nas palavras-chaves para a exploração literária se usou nomes como distribuição unimodal, multimodal e decrescente.

Os artigos utilizados foram consultados nas seguintes plataformas de dados científicos: Web of Science, Science Direct, Scopus, Google Scholar e MDPI. As revisões foram feitas em trabalhos publicados entre 1973 e 2018. Os trabalhos que tinham maior destaque em seus métodos utilizados, a implementação de meios tecnológicos para coleta de dados e que esclarecessem como foi obtido os resultados, foram tidos como prioritários.

Nos resultados obtidos, os trabalhos mostraram como as pesquisas foram desenvolvidas e quais as fórmulas utilizadas, nos sistemas florestais, as vantagens e desvantagens encontradas de se usar essas metodologias nas ciências florestais. Os artigos estavam em grande maioria em inglês, estes foram traduzidos selecionados e adicionados a revista bibliográfica.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

As principais funções utilizadas em florestas nativas são: distribuição Weilbull, Beta e Gamma (SCOLFORO, 2006; STEPKA; LISBOA; KURCHAIDT, 2011).

A Tabela 1, apresenta exemplos de trabalhos que foram aplicadas funções de densidade de probabilidade em florestas nativas:

Tabela 1 - Exemplos de aplicações de f.d.p, em trabalhos realizados em florestas nativas.

Função	Exemplo de aplicação na literatura
Weibull	Paes-Maragon et al., (2016); Cysneiros et al., (2017); Orellana et al., (2017).
Beta	Paes-Maragon et al., (2016), Cysneiros et al., (2016); Orellana et al., (2017).
Gama	Cysneiros et al., (2016); Paes-Maragon et al., (2016).

No meio florestal as funções betas, gama, Weibull, normal, log-normal e hiperbólica são algumas das mais estudadas (SCHMIDT, 2014). A função Weibull é a mais utilizada em estudos de modelagem da distribuição diamétrica, por sua maleabilidade ao assumir formatos e assimetrias diferentes. Em decorrência disso, é considerada adequada para ser utilizada no ajuste de dados em áreas distintas do conhecimento (BAYLEI; DELL, 1973; CAMPOS; LEITE, 2017).

Entretanto há outras funções menos utilizadas (beta, gama, S_B Johnson, log-normal, log-logística, logística generalizada, hiperbólica e Nakagami). Mesmo menos frequentes em estudos florestais, estas também podem ser empregadas para descrever a estrutura dos povoamentos florestais de forma concisa (GUIMARÃES, 2002; BINOTI et al., 2014; SOUZA et al., 2016).

Com base em Campos e Leite (2017), as funções de densidade de probabilidade de algumas funções são descritas no Quadro 1:

Quadro 1 - Distribuições de densidade de probabilidade beta, gama, S_B Johnson, log-normal, log-logística, logística generalizada, hiperbólica, Nakagami e Weibull, com suas funções densidade de probabilidade (fdp) (Equações 1 a 15).

Distribuição	Função	Equação
Beta	$f(X)=\left(\frac{1}{B(\gamma_1,\gamma_2)}\right)\left(\frac{(X-a)^{\gamma_1-1}(b-X)^{\gamma_2-1}}{(b-a)^{\gamma_1+\gamma_2-1}}\right)$	(1)
	$B(\gamma_1,\gamma_2)=\int_0^1 t^{\gamma_1-1}(1-t)^{\gamma_2-1}dt$	(2)
	γ_1 e γ_2 > 0; *a* e *b* são os limites da distribuição e *X* variável aleatória.	
Gama	$f(X)=\frac{(X-\alpha)^{\gamma-1}e^{-[X-\alpha]/\beta}}{\beta^{\gamma}\Gamma(\gamma)}$	(3)
	$\Gamma(\gamma)=\int_0^{\infty} t^{\gamma-1}e^{-t}dt$	(4)
	γ é o parâmetro de escala (γ>0); *β* é o parâmetro de escala (*β*>0); α é o parâmetro de locação e *X* variável aleatória.	
S_B Jonhson	$f(X)=\frac{\delta\lambda}{\sqrt{2\pi(X-\varepsilon)(\lambda+\varepsilon-X)}}e^{-\lambda_2\left(\gamma+Ln\left(\frac{X-\varepsilon}{\lambda+\varepsilon-X}\right)\right)}$	(5)
	ε é parâmetro de locação; λ é parâmetro de escala; δ é o parâmetro de forma; γ é o parâmetro de curtose e *X* variável aleatória.	

Lognormal 2 e 3 parâmetros	$$f(X)=\frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Ln(X-\mu)}{\sigma}\right)^{2}}}{(X)\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (6)$$ $$f(X)=\frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Ln(X-\alpha)-\mu}{\sigma}\right)}}{(X-\alpha)\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (7)$$ μ é a média; σ é o desvio-padrão; e *X* variável aleatória.
Log-logística 2 e 3 parâmetros	$$f(X)=\left\{\frac{\gamma}{\beta}\left(\frac{(X)}{\beta}\right)^{(\gamma-1)}\left(1+\left(\left(\frac{(X)}{\beta}\right)^{\gamma}\right)^{-2}\right)\right\} \quad (8)$$ $$f(X)=\left\{\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{(X-\alpha)}{\beta}\right)^{(\gamma-1)}\left(1+\left(\left(\frac{(X-\gamma)}{\beta}\right)^{\alpha}\right)^{-2}\right)\right\} \quad (9)$$ γ é o parâmetro de escala; *β* é o parâmetro de escala; α é o parâmetro de locação; e *X* variável aleatória.
Logística Generalizada	$$f(X)=\left\{\frac{\left(1+\gamma\left(\frac{X-\alpha}{\beta}\right)\right)^{-1-\gamma^{-1}}}{\left(\beta\left(1+\left(1+\gamma\left(\frac{X-\alpha}{\beta}\right)^{-\gamma^{-1}}\right)\right)\right)^{2}}\right\} \quad (10)$$ γ é o parâmetro de escala; *β* é o parâmetro de escala; α é o parâmetro de locação; e *X* variável aleatória.
Hiperbólica 2 e 3 parâmetros	$$f(X)=\left\{\frac{\gamma}{\beta}\left(\frac{X}{\beta}\right)^{(\gamma-1)}\left(1-\tanh\left(\left(\frac{X}{\beta}\right)^{\gamma}\right)^{2}\right)\right\} \quad (11)$$

	$$f(X)=\left\{\frac{\gamma}{\beta}\left(\frac{(X-\alpha)}{\beta}\right)^{(\gamma-1)}\left(1-\tanh\left(\left(\left(\frac{(X-\alpha)}{\beta}\right)^{\gamma}\right)^{2}\right)\right)\right\}$$ γ é o parâmetro de escala; *β* é o parâmetro de escala; α é o parâmetro de locação; e *X* variável aleatória.	(12)
Nakagami	$$f(X)=\frac{2m^{m}}{\Gamma(m)\Omega^{m}}x^{2m-1}\exp\left(-\frac{m}{\Omega}X^{2}\right)$$ *m* e Ω são parâmetros contínuos (*m*≥0,5 e Ω>0).	(13)
Weibull 2 e 3 parâmetros	$$f(X)=\frac{\gamma}{\beta}\left(\frac{X}{\beta}\right)^{\gamma-1}e^{-\left(\frac{X}{\beta}\right)^{\gamma}}$$ $$f(X)=\frac{\gamma}{\beta}\left(\frac{X-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1}e^{-\left(\frac{X-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}}$$ γ é o parâmetro de forma; *β* é o parâmetro de escala; α é o parâmetro de locação; e *X* variável aleatória.	(14) (15)

Função Weibull

Originalmente apresentada por Fisher e Tippett em 1928 para estudos de valores extremos, posteriormente foi elaborada de forma independente por Weibull em 1939 em estudos de confiabilidade de materiais. No pós II Guerra Mundial, Weibull teve seu trabalho reconhecido e a distribuição passou a ser ligada a seu nome (BAILEY; DELL, 1973). A função Weibull passou a ser utilizada na área florestal na década de 70, por Bailey e Dell, a partir de então, tem sido utilizada vastamente em estudos de distribuição diamétrica (LEITE et al., 2010). Sendo proposta como um modelo de distribuição diamétrica. Suas principais vantagens incluem: flexibilidade na forma e simplicidade das derivações matemáticas (BAILEY; DELL, 1973).

A função Weibull é a mais utilizada em estudos de modelagem da distribuição diamétrica e de área basal (BAILEY; DELL, 1973; CLUTTER et al., 1983; JOHNSON, 2000; BINOTI et al., 2010; BINOTI et al., 2012), por sua maleabilidade ao assumir formatos e assimetrias diferentes. A função Weibull é considerada superior às demais funções, quando utilizada em povoamentos de florestas equiâneas, um de seus diferenciai é que é capaz de descrever curvas com diferentes pontos de inflexão (GUIMARÃES, 1994). Em decorrência disso, é considerada adequada para ser utilizada no ajuste de dados em áreas distintas do conhecimento (SGHAIER et al., 2016; CAMPOS; LEITE, 2017).). Esta função existe em vários formatos, com dois, três ou quatro parâmetros, com ou sem truncamentos à esquerda e à direita (MURTHY et al., 2004).

A função Weibull comumente apresenta dois ou três parâmetros (Equações 14 e 15), esses parâmetros correspondem aos parâmetros de locação, escala e forma, no caso da função com três parâmetros. A função com dois parâmetros tem como característica principal a retirada do parâmetro locação (BATISTA,1989).

O parâmetro de locação α representa o controle da posição da curva sobre o eixo das abscissas, já o parâmetro de escala β corresponde a dimensão que a curva pode assumir e o parâmetro de forma γ está diretamente ligado as diferentes inclinações que a distribuição pode assumir (SANTOS, 2012).

O parâmetro α é compreendido como o diâmetro mínimo do povoamento ou como o limite inferior da menor classe de DAP. Desse modo, ao realizar o ajuste do modelo de distribuição diamétrica, o valor de α pode ser fixado previamente ou estimado através de regressão, empregando como variáveis independentes os atributos do povoamento (CAMPOS; LEITE, 2017).

A forma mais usual de utilização da função Weibull é a com três parâmetros (escala, forma e locação da distribuição) ou dois parâmetros (escala e forma). Um quarto parâmetro pode ser utilizado, o chamado ponto de truncamento, neste caso, o limite superior da maior classe diamétrica tem sido empregado para aperfeiçoar as projeções das distribuições diamétricas. A função Weibull com ponto de truncamento à direita (Equação 16) é empregada quando se tem por objetivo fazer com que a distribuição projetada esteja dentro de um intervalo determinado pelos diâmetros mínimo e máximo, corrigindo o erro de realizar a estimação de um número de árvores para classes não observadas durante as medições das parcelas no campo, esse tipo de truncamento é representado pelo diâmetro máximo do povoamento e aos valores de diâmetro superiores e pelo diâmetro mínimo na função truncada à esquerda (Equações 16, 17,18 e 19, 20 e 21) (SOARES et al., 2011):

Weibull 2 parâmetros truncada à esquerda

$$f(x)=\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1}\exp\ -\left[\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma}\right] \tag{16}$$

Weibull 2 parâmetros truncada à direita

$$f(x)=\frac{\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1}\exp\ -\left[\left(\frac{x}{\beta}\right)^{y}\right]}{1-\exp\ -\left[\left(\frac{\mathrm{T}}{\beta}\right)^{y}\right]} \tag{17}$$

Weibull 2 parâmetros truncada à direita e à esquerda

$$f(x)=\frac{\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1}\exp\left[\left(\frac{\mathrm{T}}{\beta}\right)^{\gamma}-\left(\frac{x}{\beta}\right)\right]^{\gamma}}{1-\exp\left[-\left(\frac{\mathrm{T}}{\beta}\right)^{\gamma}\right]} \tag{18}$$

Weibull 3 parâmetros truncada à esquerda

$$f(x)=\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1}\exp\left[\left(\frac{\mathrm{T}-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}\right] \tag{19}$$

Weibull 3 parâmetros truncada à direita

$$f(x)=\frac{\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{y-1}\exp-\left[\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{y}\right]}{1-\exp\left[-\left(\frac{\mathrm{T}-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}\right]} \tag{20}$$

Weibull 3 parâmetros truncada à direita e à esquerda

$$f(x)=\frac{\left(\frac{\gamma}{\beta}\right)\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1}\exp\left[\left(\frac{\mathrm{T}-\alpha}{\beta}\right)^{y}-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}\right]}{1-\exp\left[-\left(\frac{\mathrm{T}-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}\right]} \tag{21}$$

Em que:

α é o parâmetro de locação*;* β é o parâmetro de escala*;* γ é o parâmetro de forma; *x* variável é a variável de interesse; *T* é o ponto de truncamento.

Função Beta

A função *Beta* foi elaborada por Pearson em 1894 e inserida na área florestal por Zöhrer, (FINGER, 1992). A distribuição Beta, pode apresentar vários formatos distintos, para faixas de distribuição diamétrica diferentes. Os limites assumidos para a f.d.p englobam o maior e o menor diâmetro. O emprego desse tipo de função é reduzido pelo fato de não ter uma função cumulativa de densidade, não apresentar estimativas para X=0 (origem) e de ter seu emprego com base na variação do eixo X nos limites entre 0 e 1 (GUIMARÃES, 2002; SCOLFORO, 2006).

Função Gama

Essa função pode ser utilizada em trabalhos realizados em florestas nativas e plantadas (SCOLFORO, 2006). Seus parâmetros são α e β e são positivos. O parâmetro α indica que as formas de distribuição podem ser diferentes, já o β indica a escala de dimensões que a curva de distribuição pode assumir (HAHN; SHAPIRO, 1967). Por conta da sua maleabilidade, a distribuição gama tem sido utilizada tanto em termos cumulativos como forma não cumulativa, para modelar distribuições diamétricas. Entretanto, sua utilização não é tão difundida é mais utilizada em modelos de distribuições derivadas dele (JOHNSON, 2000).

a) Métodos de Ajuste das fdps

Inúmeros são os modelos matemáticos adequados para retratar a distribuição de frequência por área com relação às classes consecutivas de diâmetro, os métodos mais conhecidos são os que utilizam funções de densidades probabilísticas (fdps) (MACHADO et al., 1997).

Há vários métodos para ajuste das funções de densidade de probabilidade (fdps), entre eles: máxima verossimilhança, método dos percentis, momentos, simulated annealing, redes neurais artificiais, regressão não linear e aproximação linear (ABBASI et al., 2008; CAMPOS; LEITE, 2017).

De acordo com Scolforo (2006), Nord-Larsen e Cao, (2006), o método da máxima verossimilhança, o dos momentos e o dos percentis são os mais utilizados.

I ***Método da máxima verossimilhança***

Este método foi elaborado por Fisher em 1922, baseado na ideia de Gauss (1821). Este é um dos métodos estatísticos mais utilizados para estimação de parâmetros. São fornecidos estimadores consistentes, assintoticamente eficientes e com distribuição normal (CECON; PETERNELLI, 2008). A base desse método é o emprego para o parâmetro do valor que maximiza a função de verossimilhança equivalente ao resultado obtido na amostra. Em função disso, busca-se um valor para o parâmetro θ que, para a variável aleatória discreta, possa maximizar a probabilidade de obter a amostra observada, na mesma ordem em que os elementos da mesma aparecem e no tocante a variável aleatória contínua, possa maximizar a densidade de probabilidade dos pontos tidos como amostrais (CECON; PETERNELLI, 2008; GUERA et al., 2018).

De acordo com Lopes (2007), o princípio do método da máxima verossimilhança é escolher entre os possíveis valores dos parâmetros populacionais os que tornem mais provável que ocorra uma amostra similar a efetivamente observada. Ainda de acordo com o autor, o método da máxima verossimilhança no ajuste de funções é considerado adequado por permitir estimativas superiores aos outros métodos e com menor presença de viés.

O método da máxima verossimilhança objetiva maximizar a soma dos logaritmos de verossimilhança. É um método que gera boas projeções dos parâmetros da função Weibull, por exemplo, já que o ajuste desses parâmetros pode ser otimizado através de técnicas computacionais (ARAUJO JÚNIOR et al., 2010).

II *Método dos percentis*

Os percentis são uma medida de posição na qual a distribuição é dividida em cem partes iguais para estimar os parâmetros nas posições desejadas. A utilização desse método é indicada quando o intuito é a obtenção de um modelo de distribuição para simulação da produção florestal na qual a distribuição a ser projetada é desconhecida (WENDLING et al.,2011). Bailey e Dell (1973), destacam que através da utilização do método dos percentis é possível realizar bons ajustes de fdp. Wendling et al. (2011), consideram o método dos percentis o mais simples para calcular os parâmetros da fdp Weibull, pois é necessário somente funções auxiliares para projetar os dois diâmetros percentis, por exemplo, dp1 e dp2, com rigor semelhante às funções para estimar os limites diamétricos, dmin e dmax, que devem ser utilizadas nas outras hipóteses de método.

No estudo de Maltamo et al., (2000), o método de ajuste da fdp baseado nos percentis, foi visivelmente mais eficaz na projeção da distribuição diamétrica, pois proporcionou a reprodução de diversas formas de distribuições de diâmetro. O método dos percentis pode reproduzir distribuições de formato multimodal (BORDERS et al., 1987). É indicado a utilização do método dos percentis para representar a distribuição diamétrica original do povoamento, pelo fato de apresentar melhores valores estimados com relação aos observados (ORELLANA, 2009).

III *Método dos momentos*

Segundo Cecon; Peternelli (2008), o método foi proposto por Pearson em 1894, considerado a forma mais antiga para se obter estimadores. É considerado um método relativamente simples e recomenda que a estimação dos momentos populacionais através dos equivalentes momentos amostrais. O princípio central deste método é que o estimador é encontrado com base na solução das equações que proporcionam igualdade entre os momentos populacionais aos momentos amostrais.

O método faz as estimativas dos parâmetros obtendo expressões paras eles e os momentos da amostra são trocados por essas expressões. Não há restrição quanto às ordens dos momentos a ser utilizados, porém é indicado que empregado os de mais baixa ordem possível (GUERA, 2018). Através desse método, são obtidos os momentos de primeira e segunda ordens tendo como centro a origem (SILVA et al., 2002).

Levando em consideração a distribuição diamétrica das árvores, o diâmetro médio aritmético e o diâmetro médio quadrático, respectivamente o primeiro e o segundo momento amostral (ARAGÃO, 2018). No método dos momentos, o parâmetro γ é o primeiro a ser recuperado, através de um desvio padrão e média populacional, em seguida, o parâmetro β. O α é calculado como a porcentagem do diâmetro mínimo, e é obtido de forma independente (FERRAZ FILHO, 2009).

b) Testes de aderência

De acordo com Cargnelutti Filho; Matzenauer; Trindade (2004), para analisar a qualidade do ajuste das distribuições é necessário a utilização de testes de aderência. Os índices de aderência são o nível de concordância entre uma distribuição observada e uma teórica prevista, a nível de 1 ou 5% de probabilidade (SCHNEIDER; SCHNEIDER, 2008; FINGER, 1982).

Souza et al. (2013), define os testes de aderência como métodos matemáticos estatísticos que permitem classificar a distribuição de probabilidade e descrevem o padrão comportamental de uma série real de dados. Os parâmetros estatísticos e os critérios e decisão dos testes de aderência diferem, entretanto, as hipóteses são sempre iguais. A hipótese nula é que a variável aleatória se adequa a uma distribuição específica. Enquanto a hipótese alternativa é o oposto da de nulidade (TORMAN; COSTER; RIBOLDI, 2012).

Scolforo (2006), menciona para analisar a aderência das fdps, os testes de qui-quadrado, Kolmogorov-Smirnov e Anderson Darling, entre os principais. Já Schneider; Schneider (2008), citam além destes, os seguintes testes: Reynolds, Cramér-Von Mises e Shapiro-Wilk. As expressões e descrições dos testes seguem a seguir (Equações 22, 23,24, 25, 26 e 27):

I ***Teste de Anderson-Darling-AD:***

O teste de Anderson-Darling é definido pela seguinte expressão matemática:

$$AD_i = -ni - \sum_{j=1}^{n_j} (2j-1) \left[1n\left(u_j\right) + \left(1 - u_{n-j+1}\right) / ni \right] \tag{22}$$

O teste de Anderson-Darling (1954), é muito utilizado por apresentar boas propriedades de potência. No entanto, seu ensaio da distribuição estatística é considerado complexo, esse teste pode ser calculado aos níveis de significância de 1%, 5% e 10%

(NAVARETTE, 2008). Segundo Carelli Netto (2008), esse este é classificado como sensível comparado, aos testes de Kolmogorov-Smirnov e qui-quadrado, pois possibilita maior peso aos pontos da causa da distribuição. Portanto, valores considerados pequenos de estatística através do teste de Anderson Darling apontam melhores estimativas de dados pela distribuição, quanto mais baixo o valor melhor será o ajuste da curva sobre os dados.

II ***Teste de Kolmogorov-Smirnov-KS***:

O teste de Kolmogorov-Smirnov é indicado para amostras com tamanho superior a 2000 observações, sendo expresso por:

$$KS_i = \max\left\{\max_{1 \le i \le ni}\left[j/ni\right] - uj\right\}, \quad (23)$$

Em que:

Uj=1-exp $\{-[(xj-a)/b]c\}$ ni=número de árvores na i-ésima combinação de idade-amostra; xj=diâmetro, ordenado em ordem crescente em cada combinação de idade-amostra ($x_1 \le x_2 \le ... \le x_{ni}$).

Esse teste foi criado por Kolmogorov (1933), como uma adaptação da já conhecida e específica distribuição F (X), a um conjunto de elementos de uma distribuição desconhecida Fo (X) (CAMPOS, 1983). A finalidade desse método é analisar se uma série de dados faz parte de uma distribuição de média igual a zero e com variâncias conhecidas (OLIVEIRA, 2008).

III ***Teste de Reynolds***:

O teste de Reynolds é determinado através da seguinte expressão:

$$IE_i = \sum\left[n_{ik} - \hat{n}_{ik}\right], \quad (24)$$

Em que:

$IE_{i=}$ índice do erro das i-ésima combinação de idade-amostra; n_{ik} e nik com ^= número de árvores por hectare observadas e estimadas por classe de diâmetro na classe k de uma i-ésima combinação de idade-amostra.

De acordo com Qin et al. (2007), teste proposto por Reynolds et al. (1988), define a performance dos métodos por classe diamétrica. Esse método é definido como sendo “a soma ponderada das diferenças absolutas entre o número de árvores observado e estimado por classe diamétrica”.

IV ***Teste de Cramér-von Mises:***

O teste de Cramér-von Mises é determinado através da seguinte expressão:

$$w^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[F(x) - F^*(x)^2 \right] \, dF(x); \tag{25}$$

Em que:

F(x)= distribuição de probabilidade de frequência teórica; F^*(x)=distribuição de probabilidade empírica ajustada.

V ***Teste de Qui-quadrado*****:**

Para determinação do valor do qui-quadrado é utilizado a seguinte expressão:

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} (o_i - E_i) \; / \; E_i \tag{26}$$

Em que:

O_i= frequência observada na classe i; E_i= frequência esperada ou ajustada na classe i; k= número de classes; E_i=N ($F(Y_{it})$-F(Y)); F= distribuição acumulativa da função de distribuição; Y_{it}= limite superior da classe i; Y_t= limite inferior da classe i; N= amplitude da amostra;

Segundo Carelli Neto (2008), o Qui-quadrado é um teste de hipóteses não paramétrico, que tem como fundamento calcular um valor de dispersão para duas variáveis ditas nominais, de forma que se possa avaliar a ligação essas duas variáveis. Sua estatística é embasada no valor da maior diferença absoluta entre a função de distribuição normal acumulada e a frequência relativa observada acumulada e ajustada. Ainda para o autor, o teste de aderência Qui-quadrado apresenta inconvenientes quando a frequência de uma classe é inferior a cinco, o que causa perda de informações quando há agrupamento dos dados em classes.

VI ***Teste de Shapiro-Wilk***

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} aix_{(1)}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(xi - \bar{x}\right)^2}, \tag{27}$$

Em que:

$X_{(i)}$= valores amostrados ordenados; $X_{(1)}$ = menor valor da amostra; a_i= constante gerada pela média, variância e covariância das amostras de tamanho n na distribuição normal.

Proposto por Shapiro e Wilk em 1965, segundo De Mesquita; Branco; Soares (2013), o teste de Shapiro-Wilk é um método eficaz para diferentes distribuições e dimensões de amostras, quando comparado aos resultados apresentados por outros testes. É indicado para amostras pequenas, com menos de 2000 observações (SCHNEIDER; SCHNEIDER, 2008).

CONCLUSÃO

O estudo oferece uma análise abrangente das funções densidade de probabilidade (fdp) e métodos de ajuste aplicados na previsão da distribuição diamétrica de árvores em florestas nativas do Brasil. Destacando a predominância das funções Weibull, Beta e Gama, com a máxima verossimilhança como método principal, o trabalho ressalta a flexibilidade da função Weibull na modelagem de distribuições diamétricas em florestas equiâneas, além do potencial de outras funções menos exploradas. A discussão detalhada sobre os métodos de ajuste e testes de aderência reforça a importância desses conceitos no manejo florestal sustentável, oferecendo uma base sólida para a conservação e uso racional dos recursos florestais no Brasil.

REFERÊNCIAS

ABBASI, B.; RABELO, L.; HOSSEINKOUCHACK, M. Estimating parameters of the threeparameter Weibull distribution using a neural network. **Europea Journal of Industrial Engineering**, v. 2, n. 4, p. 428-445, 2008.

ARAGÃO, M. A. **Modelagem da distribuição de diâmetros em povoamentos de Paricá sob diferentes espaçamentos**. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Agrárias e Engenharias. Jerônimo Monteiro-ES, 2018.

ARAÚJO JÚNIOR, C. A.; NOGUEIRA, L. S.; OLIVEIRA, M. L.R.; MIRANDA, R. O. V.; CASTRO, R. V. O.; PELLI, E.; Projeção da distribuição diamétrica de povoamentos de eucalipto em diferentes amplitudes de classe. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 45, n. 11, p. 1275-1281, 2010.

BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, v. 19, n. 2, p. 97-104,1973.

BATISTA, J. L. F. **A função Weibull como modelo para a distribuição de diâmetros de espécies arbóreas tropicais**. 1989. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1989.

BINOTI, D. H. B., BINOTI, M. L. M. S.; LEITE, H. G. Projeção de distribuição diamétrica de povoamentos equiâneos utilizando a função Nakagami e Weibull. **Ciência da Madeira**, v. 5, n. 2, p. 103-110, 2014.

BINOTI, D. H. B.; BINOTI, M. L. M. S.; LEITE, H. G.; FARDIN, L.; OLIVEIRA, J. C.; Uso da função Weibull de três parâmetros em um modelo de distribuição diamétrica para plantios de eucalipto submetidos a desbaste. **Árvore**, v. 34, p. 147-156, 2010.

BINOTI, D. H. B.; BINOTI, M. L. M. S.; LEITE, H. G.; FARDIN, L.; OLIVEIRA, J. C.; Probability density functions for description of diameter distribuition in thinned stands of *Tectona grandis.* **Cerne**, v. 18, n. 2, p. 185-196, 2012.

BORDERS, B. E.; SOUTER, R. A.; BAILEY, R. L.; WARE, K. D.; Percentile-based distributions characterize forest stand tables. **Forest Science, v.** 33, n. 2, p. 570-576, 1987.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal:** perguntas e respostas. 5. ed., Viçosa, MG: UFV, 2017. 636 p.

CYSNEIROS, V. C.; AMORIM, T. A.; MENDONÇA JÚNIOR, J. O. M.; GAUI, T. D.; MORAES, J. C. R; BRAZ, D. M.; MACHADO, S. A. Distribuição diamétrica de espécies da Floresta Ombrófila Densa no Sul do Estado do Rio de Janeiro. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 37, n. 89, p. 1-10, 2017.

CARELLI NETTO, C. **Dinâmica da distribuição diamétrica de povoamentos de *Pinus taeda* L. em diferentes idades e espaçamentos**. 2008. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.

CARGNELUTTI FILHO, A.; MATZENAUER, R.; TRINDADE, J. K. da. Ajustes de funções de distribuição de probabilidade à radiação solar global no estado do Rio Grande do Sul. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 39, n. 12, p. 1157-1166, 2004.

CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C; PIENAAR, L. V; BRISTER, G. H.; BAILEY. R. L. **Timber management: a quantitative approach**. New York: John Wiley & Sons, 1983. 333p.

DE MESQUITA LOPES, M. L. BRANCO, V. T. F. C; SOARES, J. B. Utilização dos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk para verificação da normalidade para materiais de pavimentação. **Transportes**, v. 21, n. 1, p. 59-66, 2013.

FERRAZ FILHO, A. C. **Sistema de prognose do crescimento e produção para Pinus taeda L. sujeito a regimes de desbastes e poda**. 2009. 158 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2009.

FERREIRA, F. R.; RODRIGUES, K.; PELISSARI.; A.L.; MOURA, L.A.; CYSNEIROS, V.C.; MARQUES, E.R.G.M. Modeling diameter distribution of tree species in a semideciduous forest fragment. **Revista Árvore,** v. 47, 2023.

FINGER, C. A. G. **Distribuição de diâmetros em acácia negra, *Acácia mearnsii* de Wild em diferentes povoamentos e idades.** 1982. 124 f. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba,1982.

GUERA, O. G. M.; SILVA, J.A.A.; FERREIRA, R.L.C.; LAZO, D.A.; MEDEL, H.B.; SILVA, D.A.S.; Evolução da distribuição diamétrica em plantios de *Pinus caribaea Morelet* var. caribaea Barrett & Golfari. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 1, n. 1, p. 161-171, 2018.

GUIMARÃES, D. P. **Uma função hiperbólica de distribuição probabilística de alta flexibilidade**. Planaltina: Embrapa Cerrados, 2002. 40 p. (Embrapa Cerrados. Documentos, 79).

GUIMARÃES, D.P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. Viçosa: UFV. 1994. 160 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, MG,1994.

JOHNSON, E. W. **Forest sampling desk reference**. CRC Press, 2000.

LEITE, H. G.; BINOTI, D. H. B.; GUIMARAES, D. P.; SILVA, M. L. M.; GARCIA, S. L. R.; Avaliação do ajuste das funções Weibull e hiperbólica a dado de povoamentos de eucalipto submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v. 34, n. 2, p.305-311, 2010.

LOPES, P. F. **Modelo de distribuição de diâmetros para clones de eucalipto em sistema agroflorestal**. 2007. 32 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2007.

MACHADO, S. A.; BARTOSZEK, A. C. P. S.; OLIVEIRA, E. B. Estudo da estrutura diamétrica para *Araucaria angustifolia* em florestas naturais nos estados da região sul do Brasil. **Revista Floresta**, v. 26, n. 1/2, p. 59-70, 1997.

MALTAMO, M.; KANGAS, A.; UUTTERA, J.; TORNIAINEN, T.; SARAMÄKI, J.; Comparison of percentile-based prediction methods and the Weibull distribution in describing the diameter distribution of heterogeneous Scots pine stands. **Forest Ecology and Management**, v. 133, n. 3, p. 263-274, 2000.

MURTHY, D. N. P.; XIE, M.; JIANG, R. **Weibull models**. Wiley series in probability and statistics, 2004. 396 p.

NAVARETTE, C. F., L. **Distribuição de probabilidade e dimensionamento amostral para tamanho de partícula em gramíneas forrageiras**. 2008. 78 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2008.

NORD-LARSEN, T.; CAO, Q. V. A diameter distribution model for even-aged beech in Denmark. **Forest Ecology and Management**, v. 231, n. 1-3, p. 218–225, 2006.

ORELLANA, E. **Funções densidade de probabilidade no ajuste da distribuição diamétrica de um fragmento de floresta ombrófila mista**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati,2009.

ORELLANA, E.; FIGUEIREDO FILHO, A.; NETTO, S. P.; DIAS, A. N.; Métodos de ajuste e procedimentos de seleção de funções probabilísticas para modelar a distribuição diamétrica em floresta nativa de araucária. **Ciência Florestal**, v. 27, n. 3, 2017.

OLIVEIRA, F. de. **Limites de confiança para variáveis em análises de sementes de espécies florestais**. 2008. 70 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.

PAES MARANGON, G.; FERREIRA, R. L. C.; SILVA, J. A.; SCHNEIDER, P. R.; LOUREIRO, G. H.; Modelagem da distribuição diamétrica de espécies lenhosas da caatinga, semiárido pernambucano. **Ciência Florestal**, v. 26, n. 3, 2016.

SANTOS, E. M. **Crescimento e produção de plantios de paricá (Schizolobium amazonicum Huber ex Ducke) sob diferentes espaçamentos**. 2012. 74 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2012.

SGHAIER, T.; CAÑELLAS, I.; CALAMA, R.; SÁNCHES-GONZALEZ, M. Modelling diameter distribution of Tetraclinis articulata in Tunisia using normal and Weibull distributions with parameters depending on stand variables. **iForest-Biogeosciences and Forestry**, v. 9, n. 5, p. 702, 2016.

SOARES, T. S.; LEITE, H. G.; SOARES, C. P. B.; VALE, A. B. Projeção da distribuição diamétrica e produção de povoamentos de eucalipto empregando diferentes formas da função weibull. **Árvore**, v. 35, n. 5, 2011.

SCHNEIDER, P. R.; SCHNEIDER, P. S. P. **Introdução ao manejo florestal**. [2. ed.]. Santa Maria: UFSM, FACOS, 2008. 566 p.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal:** modelos de crescimento e produção florestal. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006. 393 p.

SCHMIDT, L. N. **Avaliação de diferentes formas de ajuste da função weibull**. Trabalho de conclusão de curso (Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2014.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal:** modelos de crescimento e produção florestal. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006. 393 p.

SOUZA, L. A.; MATIAS, H. B.; BINOTI, D. H. B.; LEITE, H. G.; MENDONÇA, A. R.; SILVA, G. F.; CRUZ, J. P.; Funções densidade de probabilidade para descrição da distribuição de diâmetros em povoamentos florestais desbastados. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 34, n. 3, p. 421-434, 2016.

SILVA, B. B.; ALVES, J. J. A.; CAVALCANTI, E. P.; DANTAS, R. T.; Potencial eólico na direção predominante do vento no nordeste brasileiro. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 6, n. 3, p. 431-439, 2002.

SOUZA, D. N.; Erro tipo IE "poder" de testes de aderência para postos pluviométricos no Ceará. **Ciência & Engenharia**, v. 22, n. 1, p. 57-67,2013.

TORMAN, V. B. L.; COSTER, R.; RIBOLDI, J. Normalidade de variáveis: métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação. **Revista HCPA**, v. 32, n. 2, p. 227-234, 2012.

WALDY, J., KERSHAW JR., J. A.; WEISKITTEL, A.; DUCEY, M. J. Diameter distribution model development of tropical hybrid Eucalyptus clonais plantations in Sumatera, Indonesia: A comparison of estimation methods. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 52, n. 1, p. 1-10, 2022.