SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.8 n.1 (2021): Edição jan/abr.
ISSN: 2446-4821

JOGOS DE LINGUAGEM NO ENSINO DE LÓGICA

LANGUAGE GAMES IN TEACHING LOGIC

Everton Soares Cangussu[1*], Marisa Rosâni Abreu da Silveira[2], Daniel Santos de Carvalho[3]
1. Instituto Federal do Maranhão - IFMA
2. Universidade Federal do Pará - UFPA
3. Instituto Federal do Maranhão - IFMA

* Autor correspondente: e-mail: evertoncangussu@gmail.com

RESUMO
Este ensaio apresenta de forma sucinta um histórico da lógica formal e sua evolução para a lógica matemática ou simbólica. Discorre acerca das escolas filosóficas da matemática relacionando-as com a lógica matemática, buscando incorporar as ideias de Ludwig Wittgenstein, tanto da primeira fase, quanto da segunda fase de sua filosofia, em especial, os jogos de linguagem pensados, neste texto, como uma metodologia de ensino de lógica. Reforça o ensino de lógica matemática no curso de licenciatura em matemática, sob a justificativa de que, a lógica matemática deve ser ministrada com o intuito de fornecer ferramentas de argumentação para o futuro professor, por meio dos jogos de linguagem, no sentido de construir significados e conceitos inerentes a sua forma de vida.
Palavras-chave: Lógica matemática. Wittgenstein. Jogos de Linguagem..

ABSTRACT
This article briefly presents a history of formal logic and its evolution to mathematical or symbolic logic. It discusses the philosophical schools of mathematics relating them to mathematical logic, seeking to incorporate the ideas of Ludwig Wittgenstein, both in the first phase and in the second phase of his philosophy, in particular, the language games thought, in this text, as a logic teaching methodology. Reinforces the teaching of mathematical logic in the mathematics undergraduate course, under the justification that mathematical logic should be taught in order to provide argumentation tools for the future teacher, through language games, in order to build meanings and concepts inherent to their way of life.
Key words: Mathematical logic. Wittgenstein. Language Games.

1. INTRODUÇÃO

Enquanto docentes do curso de Licenciatura em Matemática, percebemos que nossa prática, muitas das vezes, contribui para a criação e ampliação de fragilidades e lacunas na formação dos discentes, sendo muitas destas, advindas de nossa própria formação agregada à vida escolar do discente, onde a matemática acaba sendo estudada como um emaranhado de regras e fórmulas sem conexão.

Durante nossa prática, percebemos dificuldades na compreensão de demonstrações e da própria linguagem matemática, deficiências conceituais semelhantes àquelas relatadas por [1]. Acreditamos que parte dos problemas podem ser relacionados a confusões na linguagem, na forma de traduzir os textos matemáticos para a língua materna, bem como na comunicação, ou falta dela, entre professor e aluno.

O texto apresenta uma discussão acerca da lógica matemática, da filosofia da matemática e do ensino de lógica numa perspectiva histórica, filosófica e significativa, apoiado nos jogos de linguagem da filosofia de Wittgenstein, como forma metodológica de ensino. Almejamos uma compreensão holística da matemática e sua relação intrínseca com a lógica. O trabalho é uma revisão bibliográfica com apresentação de uma discussão de uma proposta de ensino, usando como referências Almouloud (2012), Alves (1989), Bicudo e Garnica (2011), Costa (1992, 2008), Gottschalk (2007), Glock (1998), Haack (2002), Machado e Cunha (2008), Mortari (2016), Silveira (2014, 2015) e Wittgenstein (1968, 1999).

2. A LÓGICA ATRAVÉS DOS TEMPOS

O surgimento da Lógica é atribuída ao filósofo grego chamado Aristóteles (384-322 a.C.), ainda que, antes mesmo de sua teoria dos silogismos, houvera por parte dos sofistas e Platão, preocupação com validade de argumentos, enquanto que, os estoicos, como Crísipo (280-205 a.C.) desenvolveram uma teoria lógica que tornou-se a base da lógica de proposições [10]. Em 1854, George Boole publica o livro Investigações sobre as leis do pensamento torna-se um marco no estudo da lógica, usando uma linguagem simbólica com operações matemáticas, dando início a artificialização da linguagem, enquanto que, em 1879 Gottlob Frege (1848-1925) publica sua obra Begriffsschrift (Conceitografia) dando prioridade para a justificação matemática das demonstrações por meio da lógica, onde defendia a verdade de uma lei matemática por meio de sua demonstração [10]. As ideias de Frege foram desenvolvidas por Bertrand Arthur William Russell (1872-1970) e Alfred North Whitehead (1861-1947), que buscavam consolidar suas ideias de que a matemática seria uma ciência formal e de cálculos puros organizada numa linguagem simbólica.

Durante o século XX surgiu um grande número de sistemas lógicos, complementares ou rivais entre si. Em [5] as lógicas são classificadas em clássicas e não-clássicas, onde as não-clássicas são intuicionistas, polivalentes e paraconsistentes; enquanto [8] as classificam como lógicas clássicas – lógica ‘tradicional’, lógica ‘clássica’, lógicas ‘ampliadas’, lógicas ‘alternativas’ e lógicas ‘indutivas’; aquelas que possuem algum grau de similaridade com a lógica clássica/tradicional; e com certa restrição considera as lógicas não clássicas, como a

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.8 n.1 (2021): Edição jan/abr.
ISSN: 2446-4821

difusa que aceita graus de validade do argumento, uma espécie de valor lógico contínuo no intervalo de 0 a 1, variando de absolutamente falso a absolutamente verdadeiro.

No próximo tópico apresentamos o surgimento das escolas filosóficas da matemática, suas características e seus fundamentos.

3. AS ESCOLAS FILOSÓFICAS DA MATEMÁTICA

A Filosofia da Matemática, segundo [4] (p. 13) tem por finalidade "1º) caracterizar e explicar o estado presente da evolução da matemática, justificando-o criticamente; 2º) clarificar e explicitar os conceitos e os princípios básicos dessa ciência". Enfim, tem ação avaliativa sobre as suposições e ideias às quais a matemática pode se fundamentar. De forma consecutiva, o método científico usado está sustentado pela Lógica, visto que, serão feitas analises sobre mecanismos dedutivos. Dentre as várias correntes de pensamento da Filosofia da Matemática na atualidade, abordaremos as três principais: logicismo, intuicionismo e formalismo.

3.1 Logicismo

Dentre os precursores do logicismo, podemos citar com bastante relevância, o filósofo Gottlob Frege, que estabeleceu as teses centrais do logicismo. No entanto, como suas obras praticamente não foram lidas em sua época, suas ideias foram redescobertas de forma independente por Bertrand Russell. No entanto, a história fez jus a sua significante contribuição e, por muitos, reconhecido como o fundador do logicismo.

Devem-se a Bertrand Russell e Alfred Whitehead, na obra *Principia Mathematica*, a culminância das ideias do logicismo, que tem por tese fundamental, que a matemática se reduz à lógica matemática. Ou seja, qualquer ideia matemática pode ser definida por conceitos lógicos e todo enunciado matemático válido pode ser demonstrado por meio de raciocínio lógico.

3.2 Intuicionismo

O Intuicionismo pensa a matemática como a ciência das construções possíveis que não se refere a fatos empíricos, e tem o caráter de uma atividade humana, ou seja, os elementos da matemática são criados pelos matemáticos. Tem relação com o apriorismo de Kant (1724 -

1804), onde por meio da intuição matemática, os objetos são criados e experimentados racionalmente.

A lógica dos intuicionistas é bastante diferente dos logicistas, já que não aceitam o princípio do terceiro excluído, existência, unicidade e redução ao absurdo. Como afirma [4] (p. 38), "A Lógica, para Brouwer, não é fundamento para a matemática, [...] as leis lógicas (aplicáveis ao domínio da matemática), derivam-se da matemática, ou melhor, da linguagem matemática". O que mostra uma inversão completa em relação ao logicismo. Para os intuicionistas, a matemática como atividade humana, é fruto da experiência e, devido ao processo histórico, evoluiu-se tornando-se rigorosa, intuitiva e fundamentada nos números naturais, enfim, autossuficiente.

3.3 Formalismo

A concepção da matemática como ciência do possível, deve-se aos formalistas, que a compreendiam como o estudo dos sistemas de axiomas acrescidos de leis lógicas. Nessa corrente, infere-se o que é possível, por tudo aquilo que não seja contradição. Outro aspecto importante, diz respeito a sua estrutura, que se baseia na enumeração de conceitos e relações básicas, oriundos dos axiomas e, a partir de demonstrações, construir certa teoria. A esse processo denominou-se método axiomático. Sendo assim, a demonstração matemática torna-se mecânica e alegórica, visto que, não há preocupação com a natureza ou significado dos termos. Essa forma de pensar teve entre seus defensores, David Hilbert (1862 -1943) como fundador e um dos matemáticos mais respeitados de sua época.

O método axiomático já havia sido usado na antiguidade por outros matemáticos, em especial, nos Elementos de Euclides. Embora a axiomática de Euclides contenha falhas de precisão e de lógica, o método desenvolveu-se durante os séculos chegando a um patamar de rigor bastante considerável, o que podemos observar nos trabalhos de Peano e outros matemáticos do século XIX. Peano, por meio de três conceitos primitivos e cinco axiomas, promoveu uma construção axiomática dos números naturais. O nível em excelência foi atingido por Hilbert ao desenvolver a Teoria da Demonstração em *Grundlagen der Mathematik*, livro tese do formalismo.

O formalismo busca tornar o método axiomático essencial em matemática. Para isso, defende que a lógica formal e a matemática devem se desenvolver juntas. David Hilbert criou a metamatemática e, tinha por finalidade demonstrar a consistência da matemática. Desta forma, elencou essa tarefa em três fases: axiomatização, formalização e demonstração da consistência das axiomáticas formalizadas.

O processo foi promissor, no entanto, em 1931 um matemático e lógico chamado Kurt Gödel (1906 -1978) publicou resultados que questionaram os pilares formalistas. Gödel demonstrou que existem proposições aritméticas que não são verdadeiras, nem falsas, sendo impossível julgar seu valor lógico. Enfim, o sistema aritmético consistente desenvolvido por Hilbert, apresentou-se como inconsistente. No próximo tópico, abordaremos sobre o filósofo Wittgenstein e a Filosofia da Matemática.

4. WITTGENSTEIN E A FILOSOFIA DA MATEMÁTICA

Ludwig Joseph Johann Wittgenstein (1889 – 1951), filósofo austríaco, considerado um dos principais pensadores da virada linguística do século XX, ao ler *Principles of Mathematics*, obra de Bertrand Russell, se interessou bastante pela filosofia da matemática a ponto de acompanhar Russell em seus estudos. Em pouco tempo, Wittgenstein se liberta do pensamento de Russell e Frege, com questionamentos sobre as bases de suas teorias.

As críticas de Wittgenstein não se limitam aos Logicistas, mas também aos fundadores das escolas Formalistas e Intuicionistas. Em seus textos é possível perceber que, em relação à Filosofia da Matemática, Wittgenstein oscila de Logicista para Intuicionista nas suas duas fases – *Tractatus Logico-Philosophicus* e *Investigações Filosóficas*, respectivamente, como afirma [2]. Essa ideia se justifica pelo fato de que na primeira fase ele busca fundamentar a Aritmética no cálculo proposicional; enquanto que, na segunda fase, diferencia-se na forma de analisar os conceitos, imagens e a linguagem, nos chamados jogos de linguagem.

Segundo [2], Wittgenstein na primeira fase é logicista, finitista na fundamentação lógica da matemática e nominalista na fundamentação filosófica da matemática. A matemática nessa fase está ligada a lógica formal, e desta forma, a estrutura das proposições culmina na validade ou não de um argumento, ou seja, o cálculo proposicional.

Na segunda fase de Wittgenstein, há mudanças bastante significativas na forma de abordar a realidade. Abranda o radicalismo na visão sobre as coisas e sobre o mundo, passa a estudar os usos da linguagem e a significação distinta para cada uso, ou seja, o uso da palavra determina seu significado, postulando uma concepção polissêmica do sentido. Enfim, para [2] (p. 185), na segunda fase, Wittgenstein muda sua concepção logicista, aproximando-se das ideias do intuicionismo, mantendo sua postura finitista, já que admite apenas o infinito potencial.

No Tractatus, Wittgenstein acreditava que havia uma só linguagem – a lógica matemática, enquanto que, nas Investigações Filosóficas, há múltiplas linguagens. Segundo [14], é viável que a multiplicidade das ferramentas da linguagem e o modo como são utilizadas sejam comparadas, abarcando assim a multiplicidade das categorias sintáticas como também a estruturação da linguagem.

No tópico a seguir, apresentamos os jogos da linguagem de Wittgenstein.

5. JOGOS DE LINGUAGEM

Os jogos de linguagem de Wittgenstein consistem na técnica de construção do significado da palavra por meio do uso que se faz, associado ao contexto ao qual a palavra está empregada [7]. Desta forma, é através do diálogo sistemático que ocorre a formação do significado de uma palavra, que pode ser de imediato ou por meio de uma discussão indutiva, pois o objetivo do interlocutor é obter um significado temporal e local da palavra. Assim, para que não ocorram ambiguidades, se faz necessário, o estabelecimento de regras, o que configura um jogo com o propósito de construir o significado da palavra.

Como o significado é definido pelo jogo e pelo contexto, determinado conceito matemático pode ser construído a partir das experiências locais, com palavras contextuais, o que mostra que a construção conceitual em matemática é também uma atividade antropológica.

Os jogos de linguagem podem ser vistos como ferramenta metodológica para o ensino de matemática, como afirma [12]. O processo de construção conceitual por meio dos jogos de linguagem deve ser prática rotineira dos professores, haja vista, a dificuldade de compreensão de certos conteúdos matemáticos, tanto pela linguagem a qual é apresentada, como pela forma. A seguir, mostramos o ensino de Lógica matemática e sua relevância como ferramenta de argumentação na construção de conceitos matemáticos.

6. ENSINO DE LÓGICA MATEMÁTICA

A lógica é atributo da articulação da linguagem, sendo parte indispensável para uma boa argumentação. O ser humano, dentre outros aspectos, se diferencia dos animais pelo caráter racional. Somos capazes de, por meio da racionalidade, organizar as palavras em busca de uma boa argumentação e esta práxis está ligada ao uso da Lógica na composição da linguagem.

Nesse sentido, a Lógica oportuniza ao docente incentivar discussões de cunho matemático e filosófico, abrindo portas para as potencialidades analíticas do discente. Uma formação pautada nesses critérios favorece o desenvolvimento de uma liberdade de análise dos textos matemáticos, de uma compreensão das provas matemáticas, de um olhar crítico face aos teoremas, o que acreditamos ser um ambiente propício à aprendizagem, como ratifica a SBEM:

> O tratamento dos conteúdos se constitui também em um aspecto importante, pois é fundamental que o professor em formação seja capaz de explorar situações-problema, procurar regularidades, fazer conjecturas, fazer generalizações, pensar de maneira lógica, comunicar-se matematicamente por meio de diferentes linguagens, conceber que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação, compreender noções de conjectura, teorema, demonstração, examinar consequências do uso de diferentes definições [...] [13] (p. 15).

No meio acadêmico e profissional, o uso da linguagem com o mínimo de incoerências é importante para evitar danos pessoais e profissionais. Em específico, um texto matemático, segundo [3] é um locus onde o formalismo matemático se apresenta. Essa escrita apresenta-se codificada de tal forma que, torna-se indispensável o conhecimento de técnicas de demonstração e de suas representações. Esse pensamento é reforçado nas palavras de [15] (p. 120) “A matemática é um método lógico”, sendo assim, o conhecimento de Lógica é pré-requisito para compreensão das estruturas matemáticas. Como afirma [11]

> As proposições matemáticas como teoremas, corolários, assim como outra qualquer, são criadas com base na lógica e satisfazem necessidades teóricas intrínsecas à matemática […] As proposições matemáticas exercem uma função normativa, são invenções humana e não descoberta. [11] (p.155-156).

A autora [11] reforça a importância do ensino de lógica e matemática, já que as técnicas de demonstração não são oriundas do empirismo clássico, mas sim de uma construção racional que pode ser experimentada pela racionalidade. Tanto no contexto da matemática, quanto do senso comum, o conceito de demonstração ou prova perpassa pela ideia de convencimento, de um interlocutor convencer outra pessoa sobre algo por meio de argumentos válidos. A forma da argumentação, para o bom entendimento entre os dois interlocutores está amplamente ligada ao contexto, às terminologias, enfim, a linguagem compreensível para ambos.

Nesse viés, afirma-se a importância do jogo de linguagem, visto que, no processo de convencimento, deverá haver uma sintonia fina entre os significados e sentidos das falas de ambos, o que agrega o local e o global. Nesse sentido, para [14] (p. 35), “o termo ‘jogo de linguagem’ deve aqui salientar, que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida”.

Nessa esteira, o ensino de lógica matemática contribui na formação do professor de matemática, fornecendo subsídios necessários para argumentar com os alunos acerca de conceitos, buscar diversas formas coerentes de estabelecer um consenso, convencer os alunos da validade de certas afirmações matemáticas, entre outras.

Os elementos supracitados formam um compêndio argumentativo para o jogo de linguagem, pois no sentido de dialogar com os alunos buscando a formalização de certo conceito ou a justificação de certas regras, é indispensável o poder de argumentação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os jogos de linguagem como ferramenta metodológica devem ser pensados como forma de dirimir equívocos advindos de contextos diferentes. É comum as pessoas usarem uma lógica formal em relações humanas, o que, pensamos não ser totalmente apropriado. A lógica formal, ou no caso em questão, a lógica matemática, não rege ou justifica discursos oriundos da informalidade, ou seja, do campo subjetivo da subjetividade. De outra forma, a lógica contribui na organização das ideias, na forma de apresentação dos raciocínios, bem como, na argumentação, como reforça [9].

> A busca pela competência na argumentação, da compreensão das razões próprias e dos outros nas tomadas de posição diante dos acontecimentos, nas escolhas de pressupostos e nas tomadas de decisão é o objetivo fundamental de um curso de Lógica. [9] (p. 14)

A lógica matemática é monossêmica, enquanto que, a linguagem é polissêmica. Essa polissemia é justificada por meio do conceito de forma de vida, que se entende um lócus onde os jogos de linguagem estão inseridos.

Como afirma [6] (p. 175) “diferentes formas de representação passam a ser compreensíveis no contexto de diferentes formas de vida”. Em relação a linguagem, [14] (p. 32) afirma “Imaginar uma linguagem é imaginar uma forma de vida”. Ou seja, uma forma de vida “é uma formação cultural ou social, a totalidade das atividades comunitárias que estão imersos nossos jogos de linguagem”, como afirma [6] (p. 174).

Nesse sentido, o conhecimento do professor acerca dos jogos de linguagem e os contextos aos quais estão inseridos (as formas de vida), das diversas lógicas e correntes filosóficas da matemática, lhe fornecem subsídios para discutir com os discentes em busca de significar contextualmente conceitos e definições do formal e do subjetivo.

Em suma, a formação em lógica e a postura pró-ativa da Filosofia de Wittgenstein contribuem substancialmente para esta mudança de postura e para o esclarecimento no sentido kantiano, tanto do professor, quanto do discente.

REFERÊNCIAS

[1] ALMOULOUD, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da; FUSCO, Cristiana Abud da Silva. Provar e demonstrar: um espinho nos processos de ensino e aprendizagem da matemática. In: Revista Paranaense de Educação Matemática. Campo Mourão - PR, v.1, n.1, jul-dez. 2012. pp. 22-41.

[2] ALVES, Vitorino de sousa. A Filosofia da Matemática em Wittgenstein. Revista Portuguesa de Filosofia, vol. 45, n. 2, 1989, pp. 161–188. Disponível em: <www.jstor.org/stable/40336046>. Acesso em: 25 mar. 2017.

[3] BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Filosofia da Educação Matemática. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

[4] COSTA, Newton C. A. Introdução aos fundamentos da matemática. 3 ed. São Paulo: Editora Hucitec, 1992.

[5] COSTA, Newton C. A. da. Lógica Indutiva e Probabilidade. 3 ed. São Paulo: Hucitec, 2008.

[6] GLOCK, Hans-Johann. Dicionário Wittgenstein. Tradução: Helena Martins. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 1998.

[7] GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornélia. Uma concepção pragmática do ensino e aprendizagem. Revista Educação e Pesquisa. São Paulo, v. 33, n. 3, p. 459-470. set./dez. 2007.

[8] HAACK, Susan. Filosofia das lógicas. Tradução: Cezar Augusto Mortari, Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora Unesp, 2002.

[9] MACHADO, Nilson José. CUNHA, Maria Ortegosa da. Lógica e linguagem cotidiana – verdade, coerência, comunicação, argumentação. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 12-14.

[10] MORTARI, Cezar A. Introdução à lógica. 2 ed. São Paulo: Editora Unesp, 2016.

[11] SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da et al. Reflexões acerca da contextualização dos conteúdos no ensino de matemática. Currículo sem Fronteiras. v. 14, n. 1, p. 151-172, jan./abr. 2014.

[12] SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Matemática, discurso e linguagens: contribuições para a educação matemática (Coleção contextos da ciência). São Paulo: Editora Livraria da Fisica, 2015.

[13] SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SBEM. Subsídios para a Discussão de Propostas para os Cursos de licenciatura em Matemática: Uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, 2003, 43f. Disponível em: <https://www.academia.edu/4256113/SUBSC3%8DDIOS_PARA_A_DISCUSSC3%83O_De_Propostas_Para_Os_Cursos_De_Licenciatura>. Acesso em: 23 ago. 2016.

[14] WITTGENSTEIN, LUDWIG. Investigações Filosóficas. Tradução: José Carlos Bruni. São Paulo: Editora Nova Cultural, 1999.

[15] WITTGENSTEIN, LUDWIG. Tractatus Lógico-Philosophicus. Tradução: José Arthur Giannotti. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1968.