

## MANIFESTAÇÕES DOS SABERES PEDAGÓGICOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

### MANIFESTACIONES DEL CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL ANÁLISIS COMBINATORIO

Inayara Rodrigues de Carvalho<sup>1</sup>; Gilberto Francisco Alves de Melo<sup>2</sup>; Vânia Regina Rodrigues da Silva<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Matemática, Mestra no Ensino de Ciências e Matemática/UFAC/Rio Branco-AC

<sup>2</sup> Ciências-Matemática, Mestre e Doutor em Educação Matemática/UFAC/Rio Branco-AC

<sup>3</sup> Pedagoga, Mestra no Ensino de Ciências e Matemática/UFAC/Rio Branco-AC

\*Autora correspondente: e-mail: [inayararodrigues@yahoo.com.br](mailto:inayararodrigues@yahoo.com.br)

#### RESUMO

Este trabalho apresenta um recorte da pesquisa de mestrado *Manifestações do Saber Pedagógico do Conteúdo Específico de Análise Combinatória: o caso da professora que atua no programa de formação continuada - Poronga médio*. Objetivou analisar e descrever como uma professora de Matemática mobiliza, produz e/ou ressignifica saberes pedagógicos do contexto específico para aprender e ensinar Análise Combinatória. Para a realização da pesquisa, optou-se por estudo de caso e tomou-se como apoio as contribuições de autores, tais como: Charlot (2000), Schulman (1986, 2005), Fiorentini *et al* (2003), Freire (1996), dentre outros que abordam conhecimentos necessários à prática docente. Os resultados apontaram que Análise Combinatória é pouco tratado no Ensino Fundamental e no Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio (PEEM). Verificou-se que a professora demonstrou domínio do conteúdo específico e pedagógico, no entanto, não foi realizado um aprofundamento dos conteúdos.

**Palavras – chave:** Saber Pedagógico. Análise Combinatória. Formação.

#### RESUMEN

Este trabajo presenta un extracto de la investigación de las *Manifestaciones del conocimiento pedagógico del contenido específico del análisis combinatorio: el caso del profesor que trabaja en el programa de educación continua – Poronga Medio*. Su objetivo era analizar y describir como un profesor de matemáticas moviliza, produce y/o actualiza el conocimiento pedagógico del contexto combinatorio. Para llevar a cabo la investigación, se eligió un estudio de caso y se tomaron las contribuciones de los autores, tales como: Charlot (2000), Schulman (1986,2005), Fiorentini *et al* (2003), Freire (1996), entre otros que abordan los conocimientos necesarios para la práctica docente. Los resultados mostraron que el análisis combinatorio es poco tratado en la escuela primaria y en programa especial para acelerar el aprendizaje en la escuela secundaria (PEEM). Se encontro que el maestro demostro dominio de contenido específico y pedagógico, sin embargo, no hubo profundización de los contenidos.

**Palabras - clave:** Conocimiento pedagógico. Análisis combinatorio. Formación

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um recorte da pesquisa de mestrado intitulada de *Manifestações do Saber Pedagógico do Conteúdo Específico de Análise Combinatória: o caso da professora que atua no programa de formação continuada – Poronga Médio*. O estudo buscou responder como o professor manifesta o saber pedagógico do conteúdo específico ao aprender e ensinar Análise Combinatória.

Para a produção das informações, recorreu-se a entrevista semiestruturada, aos planejamentos pedagógicos, aos planos de aulas elaborados e as observações das aulas. Com

relação às manifestações do saber pedagógico do conteúdo específico, buscou-se investigar como a professora mobiliza saberes e conhecimentos para aprender e ensinar Análise Combinatória.

No decorrer da pesquisa, identificou-se que a construção do conhecimento tem como ponto de partida uma realidade concreta, a presença e uso de materiais manipuláveis, e ainda, relação dialógica estabelecida em sala a fim de refletir sobre a razão de ser do conteúdo, a sua função social, configurando-se uma prática reflexiva, assim entendida neste estudo, como um professor que está em constante vigilância, dentro e fora da sala de aula, sempre se questionando, e se perguntando: de que modo estou trabalhando? O conteúdo e assunto que selecionei atende as necessidades dos meus alunos? Selecionei materiais concretos ou exemplos e contraexemplos para facilitar o entendimento e diálogo com meus alunos?

Para identificar como se manifesta o saber pedagógico do conteúdo construiu-se categorias de análise, ou seja, confrontou-se os dados construídos (questionário; observações de planejamento e de aulas) com o referencial teórico de saber pedagógico do conteúdo específico.

De modo especial, se obteve como categoria principal: **manifestações do saber pedagógico de Análise Combinatória** e, como subcategorias: a) durante o planejamento e, b) no desenvolvimento da aula, tendo como referencial principal as contribuições de teóricos que tratam desses saberes [1] (2000); [2] (1986; 2005), [3] (2005) e [4] (2003) tecendo diálogo com outros autores.

Por fim, objetivou-se neste trabalho destacar as possíveis contribuições sobre manifestações de saberes de uma professora licenciada em Matemática que atua no Programa de formação continuada – Poronga Médio, ao mobilizar saberes e conhecimentos do conteúdo específico e pedagógico para aprender e ensinar Análise Combinatória no Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio – PEEM, em escolas situadas no Município de Rio Branco- Acre.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO**

### **2.1 Prática docente e saber pedagógico do conteúdo específico**

A pesquisa assumiu como referencial teórico de base, o enfoque que traz a dimensão entre o saber e a identidade [1] (2000), que assegura serem construídas na relação com o outro

aproximando dos três conceitos que dão suporte: mobilização de conhecimentos, atividade organizada e sentido atribuído, base para análise da relação do saber, ao assumir que,

[...] qualquer relação com o saber comporta também uma dimensão com identidade: aprender faz sentido por referência a história do sujeito, às suas expectativas, às suas referências, à sua concepção de vida, às suas relações com os outros, à imagem que tem de si e à que quer dar de si aos outros [...]. Toda relação com o saber é também relação com o outro. Esse outro é aquele que me ajuda a aprender a matemática, aquele que me mostra como desmontar um motor, aquele que eu admiro ou detesto [1] (2000, p. 72).

Para este teórico o saber é uma forma de representação de uma atividade, de relações do sujeito com o mundo, com ele mesmo e com outros. Assim, “não há saber que não esteja inscrito em relações de saber” [ 1] (2000, p. 63) pois,

[...] um saber só tem sentido e valor por referência as relações que supõe e produz com o mundo, consigo mesmo e com os outros [...]. Se o saber é relação, o processo que leva a adotar uma relação de saber com o mundo é que deve ser o objeto de uma educação intelectual e, não é puramente cognitivo e didático [...] as situações de aprendizado não é apenas marcado pelas pessoas, mas também pelo momento [...] um momento de minha história, mas, também, em um momento de outras histórias: as da humanidade, da sociedade na qual eu vivo, do espaço no qual eu aprendo, das pessoas que estão encarregadas de ensinar-me. ‘A relação pedagógica é um momento, isto é, um conjunto de percepções, de representações, de projetos atuais que se inscrevem em uma apropriação dos passados individuais e das projeções que cada um constrói do futuro’[1] (2000, p. 65-8).

Portanto, observa-se a partir de tais ideias, as relações pedagógicas entre o saber - aprende no viés do ensino. Entende-se que tais relações são construídas a partir de um determinado conteúdo de ensino, neste caso específico de Análise Combinatória.

A partir do entendimento da relação saber – aprende assumida nesta pesquisa, com base nas ideias do autor [1] ampliou-se para outros conhecimentos necessários à prática e a constituição da identidade do professor, acrescenta-se três categorias [2] (1986,2005) necessárias à prática docente de conhecimentos: do assunto que contenha o conhecimento do conteúdo e/ou conhecimento do conteúdo específico; pedagógico do conteúdo e o curricular. Tais conhecimentos são como plataformas para desenvolvimento de um determinado conteúdo específico relacionado a um assunto [2] (1986, p. 8) selecionado e organizado para o estudo.

Dominar o conteúdo específico é importante segundo esse teórico, para posteriores julgamentos pedagógicos sobre ênfase curricular relativa, do que está posto pela sociedade e pela escola. O que permite ter percepção dos,

[...] temas mais regularmente ensinados em uma área e assunto, as formas mais úteis de representação dessas ideias as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações, e de ações em uma palavra, as formas de representar e formular o assunto para torná-lo compreensível para os outros. Uma vez que não

há nenhuma única forma mais poderosa de representação, o professor deve ter em mãos um verdadeiro arsenal de alternativas formas de representação, alguns dos quais derivam de pesquisa, considerando que os outros têm origem na sabedoria da prática [...] [2] (1986, p.8. **Grifo e tradução nossa**).

Tal domínio trata de como o professor pensa e organiza o assunto, as diferentes maneiras em que os conceitos e princípios básicos do conteúdo são estruturados para incorporar ou descartar, para validar ou invalidar fatos estabelecidos, apontar um tópico particular como central e considerar outro, como periférico. Com essa compreensão, dominar o conteúdo específico envolve mobilizar conhecimentos pedagógicos. Para isso, o profissional seleciona e organiza,

[...] **tópicos específicos, fácil ou difícil**: as concepções e preconceitos que alunos de diferentes idades e origens trazem com eles para o aprendizado daqueles que mais frequentemente ensinou de tópicos e lições. Se esses preconceitos são evocados com frequência, os professores precisam de conhecimentos das estratégias [2] (1986, p. 9. **Grifo e tradução nossa**).

Tais preconceitos, são entendidos como sondagem dos conhecimentos dos alunos, para explorar e ensinar um conteúdo e conceitos matemáticos envolvidos. É importante destacar que o conteúdo específico vai além do sintático (regras e processos relativos ao conteúdo) pois, traz a dimensão da natureza e significado do desenvolvimento histórico das ideias que o fundamenta, bem como, os diferentes modos de organizar conceitos e princípios básicos da disciplina, compreendendo as concepções e crenças que legitimam tal saber<sup>1</sup> [3] (2005, p. 38-9). Os autores reforçam o pensamento recorrendo às ideias de conhecimentos do conteúdo específico mobilizado para ensino, a percepção e a escolha didática [4] (2003), assim explicitada:

[...] a forma como conhecemos e concebemos os conteúdos de ensino tem fortes implicações no modo como os selecionamos e os reelaboramos didaticamente em saber escolar, especialmente no modo como os exploramos/problematizamos em nossas aulas [4] (apud, 2003, p. 316-7).

Tais ideias, aproximam-se das ideias de conhecimento pedagógico [2] (1986). Por fim, o domínio do conhecimento curricular, que pode ser definido como uma bússola que guia o olhar do professor para saber qual conteúdo específico a sociedade e a escola estão priorizando e como justifica tal enfoque, pois é,

[...] representado por toda a gama de programas concebidos para o ensino de assuntos específicos e tópicos em um determinado nível, a variedade de instruções e materiais disponíveis em relação a esses programas e o conjunto de características que servem tanto como indicações e contraíndicações para o uso de materiais de curriculum ou

---

<sup>1</sup> Conceito de saber: [...] é uma forma de representação de uma atividade, de relações do sujeito com o mundo, com ele mesmo e com outros. Assim, 'não há saber que não esteja inscrito em relações de saber' [1] (2000, p. 63).

programa particulares em circunstâncias particulares [...] [2] (1986, p.10. **Tradução nossa**).

O autor considera o currículo – Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Orientações Curriculares Locais, o livro didático e materiais de instrução - textos alternativos, software, materiais visuais, filmes, laboratório demonstração, dentre outros - como ferramentas de trabalho do professor, para elaboração de seu plano de aula.

Acredita-se que sem dominar minimamente um conteúdo, não tem como desenvolver e tornar um assunto compreensível, o que pode vir a ocasionar dificuldade inerentes ao quê e a como ensinar, que são essências dos conhecimentos pedagógicos, pois, guia o olhar do professor para escolher, de forma crítica e reflexiva, os conteúdos curriculares dos programas oficiais, na sua prática, como profissional do ensino.

A prática refletiva constitui-se uma dimensão fundamental para a atividade docente [05] (1992) e [06] (1991), pois acredita-se criar a relação entre saber, professor e aluno para construção crítica da realidade (7) (1996). Diante deste arcabouço teórico, apresenta-se a orientação teórico-metodológica do Programa de Aceleração da Aprendizagem – Poronga Médio.

## **2.2 A orientação teórico-prática do Programa de Aceleração**

O Programa de Aceleração da Aprendizagem – PEEM – a orientação teórico-prática tem por fundamento a pedagogia crítico-social dos conteúdos defendidas por alguns teóricos brasileiros [8] (2001), [9] (1990) e [10] (1994), defensores da Pedagogia histórica-crítica.

Tal tendência ressalta a relação educação-sociedade com ênfase no processo de construção do conhecimento, que por sua vez, está alicerçado nos conteúdos acumulados pela humanidade. Portanto, o ensino pauta-se na realidade histórico-cultural, do mundo do trabalho e nas vivências sociais de cada aluno. Sendo assim, os conteúdos não se desassociam da realidade e são concebidos como instrumental através do qual o aluno compreende a realidade. A escola, portanto, é espaço de difusão e construção do saber e saber-fazer [10] (1994). Com estes pensadores, a escola tem o papel fundamental de abordar os conteúdos de ensino para compreensão da realidade histórica e social, pois,

[...] a principal tarefa da escola é a difusão de conteúdos, não de conteúdos abstratos, mas vivos, concretos, indissociáveis das realidades sociais; a escola deve contribuir para eliminar a desigualdade social e tornando-a mais democrática. Sua atuação consiste na preparação do aluno para o mundo adulto e suas contradições, fornecendo-

lhe um instrumental, por meio da aquisição de conteúdos e da socialização, para uma participação organizada e ativa na democratização da sociedade [...] [10] (1994, p. 69).

Concorda-se com o pensamento [10] (1994) que a escola é o lugar para difusão dos conteúdos, relacionando-os ao cotidiano dos alunos, estimulando-os a reflexão e a posicionarem-se de forma crítica. Percebeu-se que tal pedagogia parece ser o eixo de orientação do Programa de Aceleração para os professores do Projeto Poronga/PEEM.

Assim, a metodologia do Projeto pactua o princípio que professor e aluno podem posicionar-se, por meio das várias etapas da teleaula. De maneira especial, nos momentos destinados a problematização, onde se oportuniza o debate sobre questões que precisam ser resolvidas à luz de conhecimentos necessários para dominar e instrumentalizar no viés teórico-prático, para adquirir capacidades de equalizar problemas detectados e incorporar tais instrumentos à sua prática social [8] (2001), “sendo a difusão de conteúdos” tarefa primordial para “eliminar a seletividade social” e tornar a escola mais democrática [9] (1990, p. 69); parece ser outro princípio do Programa de Aceleração - Projeto Poronga/PEEM.

Entende-se que cabe ao profissional do ensino gerar ambiente no qual o aluno possa interagir com o aprendizado que oferece, a partir de suas vivências, experiências e práticas do cotidiano. Aliado a esse pensar, a metodologia de ensino do Poronga Fundamental é a mesma do Ensino Médio e, portanto, segue a dinâmica de rotina diária na sala de aula, assim organizada:

- a) Atividade Integradora: momento de acolhida da turma que pode ser conduzido pelo (a) professor (a), mas o ideal é que seja organizado pelos componentes da equipe de socialização. A atividade pode ser uma dinâmica com música, leitura de um texto e na sequência reflexão, dentre outras sugestões.
- b) Problematização: momento em que o (a) professor (a) busca suscitar no aluno (a) o interesse por assistir determinada aula; nesse instante extrai-se aquilo que ele sabe sobre o assunto em questão, levantando os conhecimentos prévios. A condução pode ser realizada a partir de imagens, com perguntas chaves, direcionando para o conteúdo, a partir de um vídeo, dentre outras estratégias planejadas previamente. Depois de uma discussão, convida-se os (as) alunos (as) para assistirem a teleaula.
- c) Leitura de Imagem: momento da construção do conhecimento a respeito do conteúdo específico. A partir do que foi visto no vídeo, e seguindo uma dinâmica

previamente planejada, o (a) professor (a) sistematiza os conceitos a partir das situações problema e acrescenta informações necessárias ao assunto.

- d) Atividade com o livro texto e outros: momento de resolução dos exercícios.
- e) Atividades Extras: Momento em que é sugerido atividades destinadas a fortalecer e desenvolver os conteúdos oportunizando através da resolução de exercícios para melhor fixar os assuntos desenvolvidos, podendo ser realizadas sob a orientação do professor ou extraclasse e posteriormente apreciada pelo mesmo, dessa forma, auxiliam o aluno no aprofundamento do assunto, bem como, esclarecer as suas dúvidas pontuais.
- f) Atividades Complementares: momento em que desencadeiam atitudes prazerosas, críticas, reflexivas, criadoras e produtivas, promovendo o fazer coletivo; o exercício e a descoberta de habilidades cognitivas e o conhecimento contextualizado e formador de cidadania.

Observou-se que os três primeiros tópicos eram realizados diariamente, no entanto, na hora das atividades, os momentos se confundiam e algumas delas eram suprimidas. O aluno tinha o livro do telecurso e outros livros didáticos que o (a) professor (a) poderia usar, mas este último não tinha o suficiente para cada aluno, sendo necessário que se organizassem nas equipes de trabalho<sup>2</sup> ou dentro da equipe o (a) professor (a) sugeria uma subdivisão. Desta forma, o (a) professor (a) priorizava os exercícios complementares e extras.

Nota-se que via de regra, seguia-se uma metodologia que não comportava em uma única teleaula. Ao priorizar uma atividade ou outra, fica evidente que o tempo didático<sup>3</sup> era insuficiente para o desdobramento dos dois momentos destinados as atividades extra e complementar (a primeira realizada individualmente e a segunda, desenvolvida nas equipes de trabalho), causando, um aligeiramento no processo de ensino e na aprendizagem, situação esta

---

<sup>2</sup> Faz parte da metodologia do programa, a telessala estar organizada em 4 equipes de trabalho, com atribuições distintas, que objetivam desenvolver nos alunos competências pessoais, interpessoais e gerenciais. São elas: Equipe de Coordenação, responsável por organizar o ambiente, monitorar o tempo de atividades em sala, assim como o horário e a frequência, e incentiva a participação de todos; Equipe de Socialização, que tem a função, por meio de dinâmicas, integrar o ambiente, divulgar as atividades realizadas e mobilizar a participação de todos; Equipe de Síntese, que prepara por escrito a síntese dos temas estudados, apresentando-os com novos enfoques, adapta situações reais aos assuntos discutidos e ilustra de maneira criativa e objetiva os conteúdos estudados; e a Equipe de Avaliação, que avalia a participação de cada aluno, as técnicas utilizadas, observando pontos positivos e negativos, verificando seus objetivos e os resultados alcançados, e procura ver o crescimento e a produtividade do grupo. (PROJETO PORONGA – PEEM, 2013).

<sup>3</sup> Considera-se o tempo didático as 4h/a de telecurso.

que se considera negativa no âmbito do Programa. Porém, se reconhece como positiva, a orientação pedagógica de como abordar e tratar o assunto em cada atividade.

Além disso, acredita-se que a utilização do termo metodologia é a proposta de seguir a estrutura apresentada, porém, com viés da problematização [11] (1982) ou educação problematizadora que “[...] apresenta a solução de problemas como uma forma de participação ativa e de diálogo constante entre alunos e professores para atingir o conhecimento [11] (1982, p.10) o que se entende como positivo para aprendizagem.

É importante destacar o papel da Coordenação Pedagógica do Programa pelo fato dos docentes não lecionarem somente em sua área específica. Neste sentido, supervisores pedagógicos são elos entre os professores e a coordenação geral do Programa. A função da supervisão é acompanhar e monitorar os planejamentos e dar sugestões quando preciso, durante os encontros de sábado e durante as visitas às telessalas. Depende muito do (a) professor (a), ler e se aprofundar no assunto.

Um estudo sobre o Programa intitulado de “Projeto Poronga: uma política educacional de aceleração da aprendizagem” [12], (2016)<sup>4</sup>, a autora identifica algumas dificuldades no contexto da prática: falta de apoio da escola, preconceito com os alunos do projeto, indisciplinas dos alunos, uso de drogas, baixa autoestima, falta de apoio da família, desmotivação e ainda, dificuldade em aprender. Para minorar a situação, os professores, buscam apoio na supervisão e na coordenação do Projeto Poronga. Sustenta “[...] que a falta de apoio de algumas escolas tem dificultado a superação desses desafios, tudo isso contribui sobremaneira para a manutenção de desigualdades [...]” [12] (2016, p. 80-1).

Coloca ainda, que as teleaulas são uniformes e atendem a um calendário próprio do Projeto Poronga que “determina” um rito da metodologia diária, sem que o professor tenha liberdade para alterar, os livros didáticos são da Fundação Roberto Marinho e os professores consideram distante da realidade do Acre. Portanto, a falta de apoio das escolas, falta de autonomia do professor para alterar o currículo quebrando o rito determinado e livros didáticos fora do contexto local são aspectos negativos do Projeto, identificado por [12] (Ibid.;).

A autora acrescenta que o Programa se configura em um recorte curricular com metodologia a fim de corrigir fluxos específicos para superar distorção idade/série, por um determinado período e não pode perpetuar-se ou substituir o papel do ensino regular. No entanto, a escola continua produzindo distorção em detrimento da situação socioeconômica dos alunos e as dificuldades da prática já citadas.

---

<sup>4</sup> Coordenadora Projeto Poronga até 2016.

Adverte-se que o rito metodológico parece causar o aligeiramento do tempo didático para desenvolver o conteúdo específico e o fazer pedagógico do professor; inibe a capacidade em manejar o tempo em relação ao assunto a ensinar e o tempo de aprender de cada aluno, passando uma ideia homogênea da turma. Considera-se a metodologia da problematização um aspecto, em parte, positivo, porém negativa quando engessada em um rito no Projeto Poronga.

Notadamente, ter domínio do conteúdo específico constituiu-se nesta pesquisa, base para desenvolver a competência pedagógica ou domínio pedagógico do conteúdo. Considera-se condição *sine qua non* para que o professor selecione, organize assuntos, conforme a necessidade de cada ano de ensino, de cada turma e até mesmo de cada aluno.

Além disso, saiba justificar o porquê de suas escolhas, pois, conhecimentos matemáticos empíricos adquire-se antes de entrar na escola. Porém, na escola, tais conhecimentos servem de âncoras para o ensino e aprendizagem dos conhecimentos matemáticos acumulados e sistematizados pela humanidade, que o professor tem acesso na formação inicial para exercício da profissão e, nas formações continuadas.

Dessa forma, apresenta-se algumas contribuições teóricas sobre o conteúdo específico Análise Combinatória, as quais apontam algumas dificuldades no ensino.

### **2.3 Conteúdo Análise combinatória: algumas reflexões teóricas**

A origem e o desenvolvimento da Análise Combinatória, na ciência da Matemática, pode ser abordada a partir de uma perspectiva histórica, de necessidades e objetivos da época e que contribuíram para criação e ampliação de conceitos para resolver dificuldades de cálculo relacionadas ao ensino e a aprendizagem [13] (2000) assim descrita:

[...] acredita-se que o conceito de número e o processo de contagem foram os primeiros registros históricos[...]. A necessidade de se efetuarem contagens mais extensas provocou uma sistematização do processo de contar. Assim, surgiram sistemas de agrupamentos simples (hieróglifos egípcios), que talvez sejam o mais antigo sistema de numeração, os multiplicativos (sistema chinês-japonês tradicional), os cifrados (conhecidos como jônicos ou alfabético, cujas origens, situam-se por volta de 450 a.c.) e o posicional (nosso sistema) [...] O desenvolvimento do binômio  $(1 + X)^n$  está entre os primeiros problemas ligados à análise combinatória. O caso  $n + 2$  já pode ser encontrado nos elementos de Euclides, em torno de 300 a.C. O triângulo de Pascal era conhecido por Chu Shi-Chieh, na China (em torno de 1300) e antes disso, pelos hindus e árabes [...] [13] (2000, p. 12-5).

Ao longo da história das sociedades, os processos de cálculo para contagens extensas constituíram dificuldades a serem estudadas e resolvidas pela Análise Combinatória, conforme

pesquisa [13] (2000) (Ibid.): que aponta entraves presentes que dificultam a aprendizagem dos alunos de 14 anos em uma escola de São Paulo, como:

Falta de um procedimento recursivo que os levasse à formulação de todas as possibilidades. Isso acontecia quando os alunos resolviam problemas por enumeração, mediante tentativa e erro [...] Algumas vezes apresentavam uma solução numérica errônea, sem explicar de onde veio tal número ou ainda, sem indicar o caminho percorrido para encontrá-lo. O não uso da árvore de possibilidades ou a sua construção inadequada, a qual levava a uma interpretação errônea. Nos problemas de permutação e arranjo, apareceu a interpretação da palavra distribuir como dividir. Nos problemas de distribuição e arranjo os alunos esqueciam os critérios que deveriam ser usados em cada situação e as vezes decidiam considerar a ordem importante quando esta não era ou vice e versa [...] [13] (2000, p. 200-1).

A autora atribui tais dificuldades a valorização do processo formal, tanto pela escola quanto pela professora, ou seja, utilização do algoritmo que segundo ela costuma acontecer a partir do 3º ano do Ensino Fundamental, com quase ausência do cálculo mental e certa cobrança do uso correto dos algoritmos. Muitas vezes a partir do 6º ano introduz-se resolução de problemas sem uso de variáveis ou incógnitas como “x” e “y”, pobre e de forma errada.

A representação para fazer uso do algoritmo é entendida pelos alunos do 8º ano, como praticadas por alunos atrasados, porém, a autora acredita que o uso da representação é de fundamental importância para o ensino e a aprendizagem do objeto em estudo. Esse erro, segundo a autora, decorre de os estudantes terem dificuldades de distinguir as diferenças entre problemas que envolviam arranjo e combinação.

Para superar as dificuldades apontadas estudo [14] (2004) considera que problemas de Análise Combinatória devem compreender todo o Ensino Fundamental pois,

O contato com problemas de contagem [...] tem por objetivo levar o aluno a compreender o princípio multiplicativo e utilizar várias representações possíveis como: árvore de possibilidades, tabelas e diagramas. Para isto é necessário e suficiente que o professor de matemática esteja familiarizado com este conteúdo [...] a valorizarem a resolução de problemas de contagem, afim de desenvolver a habilidade de raciocínio combinatório. Valorizando o desenvolvimento da capacidade de elaborar estratégias para a resolução dos problemas, tendo em vista que a simples aplicação de fórmulas não nos permite resolver a maior parte dos problemas de contagem [...], [14] (2004, p.1).

Nota-se, ser imprescindível o professor conhecer e dominar o princípio multiplicativo e suas várias representações para desenvolver habilidades de raciocínio combinatório, pelo uso da metodologia de resolução de problemas de contagem. Sem esse conhecimento acredita-se que terá dificuldades em ensinar fatorial, permutação e arranjo no Ensino Médio, como desdobramento do estudo de problemas de contagem.

Em pesquisa realizada [15] (2011) com estudantes universitários com objeto investigar erros cometidos por alunos de formação inicial em questões envolvendo álgebra, geometria e análise combinatória, concluiu-se que os alunos parecem esquecer o que estudaram na Educação Básica, uma vez que não se recordam de conceitos e procedimentos para resolver problemas que envolvem sobretudo, raciocínio combinatório, erros em arranjos, no emprego de fórmulas para combinação e/ou arranjo, com prevalência do cálculo numérico sobre o relacional.

Os autores concluíram que os estudantes apresentaram ausência de habilidade de resolver problemas de contagem usando o princípio multiplicativo ou ao aplicar fórmula na resolução de uma situação problema, quando contextualizada.

No seu estudo: “As concepções dos professores de Matemática sobre uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental”, [14] (2003) levantou como o Ensino de Análise Combinatória é tratado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s) de 1º ao 9º ano. Demonstrou ainda, a evolução do conteúdo, em cada ciclo; dado este, considerado primordial para esta pesquisa, por entender que para ensinar o professor tem que conhecer o desdobramento ano a ano, para organizar a retomada e aprofundamento de estudos dos alunos.

Para este autor, no primeiro ciclo do Ensino Fundamental (E.F) correspondente ao 1º e 2º ano, o Pensamento Combinatório, é tratado no campo aditivo e multiplicativo, sendo priorizado situações problemas de adição e subtração, por exemplo: de quantas maneiras diferentes podemos somar dois números, cuja soma dê 20? [14] (2003).

É preciso salientar que o primeiro princípio, denominado Princípio Aditivo, pode ser enunciado da seguinte maneira, em conformidade com a Revista On-line Brasil Escola (2016-2017),

[...] Considerando A e B como conjuntos finitos disjuntos, ou seja, com a sua intersecção vazia, a união do número de elementos é dada por:  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$   
 $n(A \cup B) \rightarrow$  União do número de elementos que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B;  
 $n(A) \rightarrow$  Número de elementos do conjunto A;  
 $n(B) \rightarrow$  Número de elementos do conjunto B [...].

Para melhor compreender, elaborou-se o seguinte exemplo:

**Problema:** Numa pesquisa sobre as eleições 2018, os pais dos alunos do 1º ano da escola Arco-Íris colocaram as suas preferências, 06 pais disseram que irão continuar votando no candidato da situação, 08 afirmaram que votam na oposição. Considerando que todos os pais deram suas opiniões, quantas pessoas participaram dessa pesquisa?

Nessa questão temos dois conjuntos finitos, que são os seguintes:

n (A): Pais que preferem o candidato da situação;

n (B): Pais que preferem o candidato da oposição;

Para calcular a união desses dois conjuntos deve-se fazer o seguinte:

$$n(A \cup B): n(A) + n(B) = 06 + 08 = 14$$

Assim, 14 pais foram entrevistados.

**Quadro 1.** Exemplo 1.

**Fonte:** Elaboração da autora 1, 2017.

No entanto, quando se trata de princípio multiplicativo, este constitui-se numa ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos, assim expresso na aula 48 encontrada no site da Unicamp no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica: “[...]Se uma decisão **d**<sub>1</sub> pode ser tomada de **n** maneiras e, em seguida, outra decisão **d**<sub>2</sub> puder ser tomada de **m** maneiras, o número total de maneiras de tornarmos as decisões **d**<sub>1</sub> e **d**<sub>2</sub> será **n · m**. (SITE UNICAMP, [s.d]) .

Para melhor compreensão deste princípio, elaborou-se o seguinte exemplo:

**Problema:** Letícia foi a uma lanchonete e fez o pedido de um açaí cremoso para lanchar. O garçom mostrou o cardápio com as seguintes opções de escolha para que a cliente monte seu próprio açaí. Observe:

✓ Tamanho: pequeno, médio ou grande.

✓ Fruta picada: banana ou morango.

✓ Adicional: sucrilhos, amendoim ou castanha

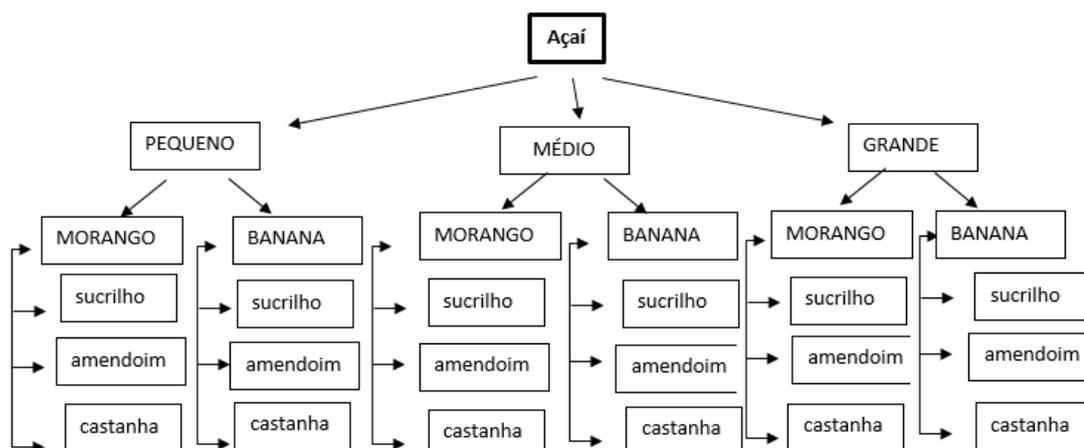
Quantas combinações diferentes Letícia têm para solicitar seu açaí ao garçom?

Esse é um dos problemas matemáticos de Análise Combinatória que pode ser resolvido utilizando o procedimento da árvore de possibilidades.

**Quadro 2.** Exemplo 2.

**Fonte:** Elaboração da autora 1, 2017.

Problema representado por uma “árvore”:



**Figura 1.** Árvore de Possibilidades.  
**Fonte:** Elaboração da autora 1, 2017.

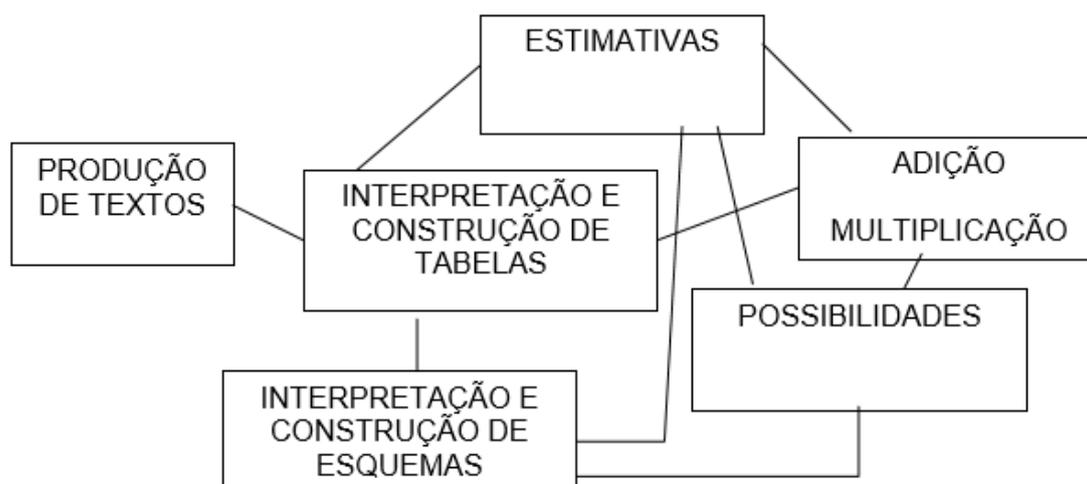
Observe que neste problema temos três opções de escolha:

- E1:** Optar por um tamanho dentro os três oferecidos;
- E2:** Optar por uma fruta dentre as duas oferecidas;
- E3:** Escolher um adicional entre os três oferecidos.

Então, usando o Princípio Multiplicativo temos:  $3 \times 2 \times 3 = 18$  combinações de açaí cremoso.

Evidencia-se que, no primeiro ciclo do Ensino Fundamental utiliza-se muitos materiais manipulativos para resolver o problema. No entanto, é necessário estimular os alunos a resolver sem uso do material, mas, sim, pelo processo da abstração que considera como passo para a Modelagem [14], (2003).

Este autor compreende que o conteúdo Análise Combinatória está interconectado no Bloco Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal e no Bloco Tratamento da Informação, para que o aluno desenvolva competência para resolução de situações problema que envolvam contagem e medida, operações e seu significado, a seleção de procedimentos de cálculo, e também que construa conceitos matemáticos relativos ao objeto deste estudo. Assim representa a interconexão [14] (2003):



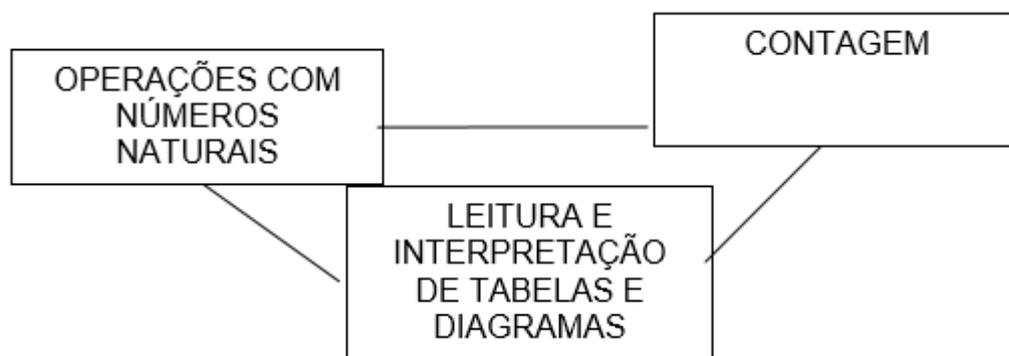
**Figura 2.** Conteúdos 1º e 2º ano do Ensino Fundamental.  
**Fonte:** Extraído de [14] (2003, p.32)

Quanto ao segundo ciclo do E.F, correspondente ao 3º, 4º e 5º ano, na leitura dos PCNs, o autor constatou que o documento deixa entender a presença da flexibilidade no pensamento dos alunos. Como se a competência e habilidade houvesse sido adquirida no ciclo anterior possibilitando a ampliação do uso de representações feita antes, com desenhos e símbolos para “aos poucos começar a usar a escrita matemática [...] tal ampliação deve ser gradual e não se esgota” considerando que generalizações feitas ainda são elementares, sem chegar ainda a formalização de conceitos. Há interconectividade entre os blocos operações com números naturais, ampliando para os racionais e o bloco tratamento da informação (Ibid.; p. 32-3).

Continuando com o autor [14] (2003), identifica critérios diretos e indiretos ligados ao desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas ao conhecimento combinatório, trazendo reflexões a respeito do ensinar, tais como:

- Resolver situação-problema que envolvam a contagem, medidas, o significado das operações, utilizando estratégias pessoais de resolução e selecionando estratégias de cálculo.
- Recolher dados sobre fatos e fenômenos do cotidiano, utilizando procedimentos de organização, e expressar o resultado utilizando tabelas e gráficos.
- Espera-se que o aluno saiba coletar, organizar e registrar informações por meio de tabelas e gráficos, interpretando essas formas de registros para fazer previsões [14] (2003, p. 35).

Embora, os PCNs orientem a organização dos conteúdos em blocos e a possibilidade da interconexão, nota-se que os professores desconsideram na sua prática tal orientação. Para este ciclo [14] (2003), assim apresenta a interconexão:



**Figura 3.** Conteúdos 3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental  
**Fonte:** Extraído de [14] (2003, p. 35)

Já o terceiro ciclo, correspondente ao 6º e 7º ano, [14] (2003) aponta-se para uma ruptura no currículo, desenvolvido nos ciclos anteriores, marcado pela presença do professor de Matemática como especialista, com Licenciatura Plena em Matemática e não mais Pedagogo. Por isso, o autor considera que o professor de Matemática, no ensino de Combinatória, tenha conhecimento dos PCNs para desenvolver competências e habilidades necessárias ao pensamento combinatório<sup>5</sup>. Assim expressa o autor “[...] numa reflexão sobre o ensino de Matemática é fundamental que saiba conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais” (Ibid.; p.36).

Dessa forma, neste ciclo os objetivos da Matemática são “ampliados e alguns dos blocos de conteúdos têm seu estudo aprofundado” como no bloco tratamento da informação que desenvolve o “raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico por meio de situações de aprendizagem” para que habilidades sejam identificadas, no entendimento de Costa (Ibid.;;) como:

- Coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas, gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas.
- Resolver situações problemas que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação de probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão.

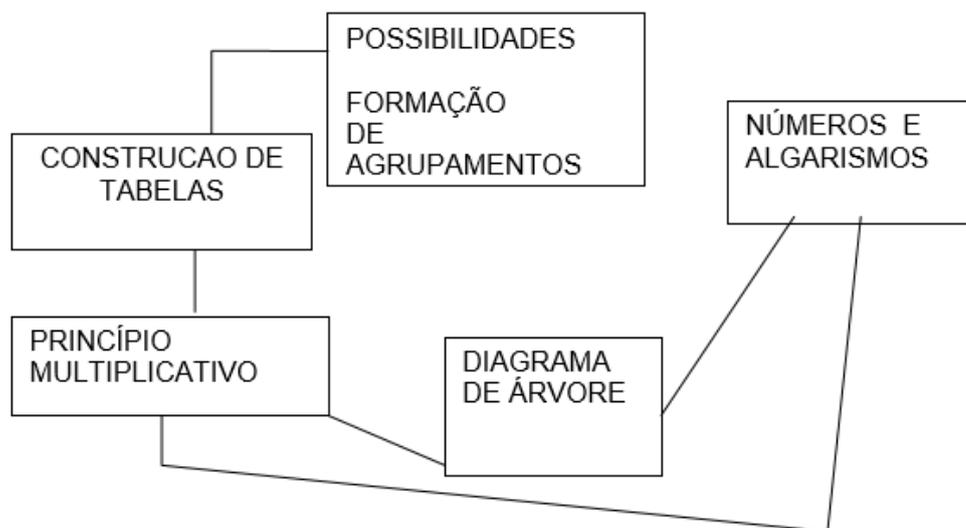
Com relação especificamente à Combinatória [...] ‘levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para a sua aplicação no cálculo de probabilidades. Reiteramos [o autor] que a Combinatória não pode ser vista apenas como uma ferramenta para o cálculo de probabilidade [14] (2003, p. 36-7).

<sup>5</sup> Entende-se tal pensamento como formas de contagem que envolvem combinações. É a capacidade de saber interpretar enunciado do problema e combinar a ordem dos elementos dados.

Portanto, para este autor, o ensino e aprendizagem de Análise Combinatória deve estar interligada com a Estatística e a Probabilidade para que o aluno desenvolva habilidades para:

- “-Construir, ler e interpretar tabelas e gráficos e escolher tipo de representação gráfica mais adequada para expressar dados estatísticos.
- Resolver problemas de contagem e indicar as possibilidades de sucesso de um evento por meio da razão” [14] (2003, p. 37-8).

Considerando o desenvolvimento de tais habilidades pelo aluno, o autor apresenta o que considera uma “rede de conhecimentos e técnicas para o ensino:



**Figura 4.** Conteúdos 6º e 7º ano do Ensino Fundamental.  
**Fonte:** Extraído de [14] (2003, p. 39)

Das técnicas indicadas, é bastante comum perceber o ensino do diagrama da árvore para ensinar Análise Combinatória. No Fundamental II esse conteúdo inicia pelo Princípio Fundamental da Contagem, mas conhecido como Princípio Multiplicativo, a Permutação, o Arranjo e a combinação, assim descrito [16] (1991):

[...] o Princípio Fundamental da Enumeração ou Princípio da Multiplicação diz que se uma decisão d1 pode ser tomada de x maneiras e se uma decisão d2 pode ser tomada de y maneiras, então o número de maneiras de se tomarem decisões d1 e d2 é xy. [16] (1991, p.18).

Como pode ser notado, tal princípio se diferencia da permutação, que [17] (2004), significa ato ou efeito de trocar, mudança de um pelo outro, misturar. Dessa forma, agrupamentos podem se formar com uma quantidade definida de elementos, de modo que o agrupamento formado se diferencie dos demais pela ordem dos elementos.

Ressalta-se que nas situações problemas de combinação e permutação aparecem todos os elementos disponibilizados e, trocando-os de posição, pode-se formar novos subconjuntos do conjunto dado.

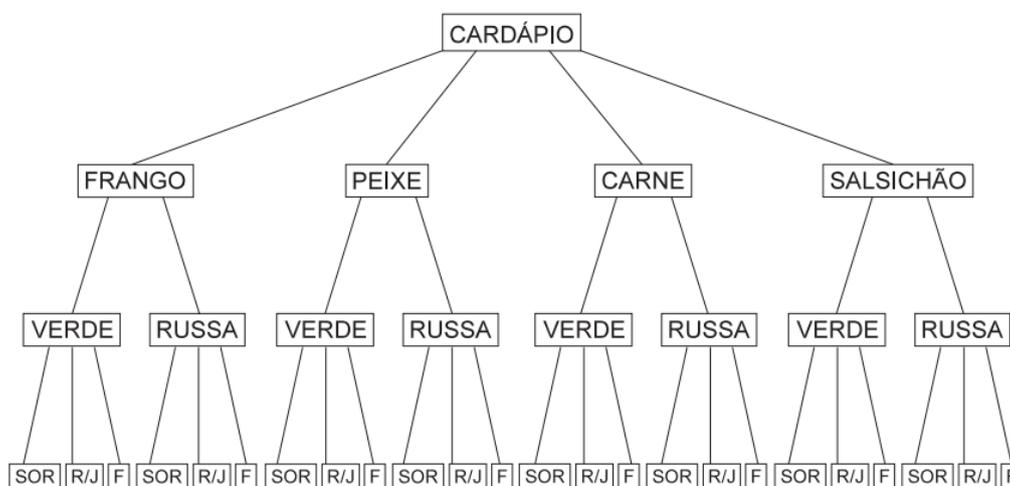
“[...] para resolver o problema das combinações simples basta notar que selecionar  $p$  entre os  $n$  objetos equivale a dividir os  $n$  objetos em um grupo de  $p$  objetos, que são os selecionados, e um grupo de  $n - p$  objetos, que são os não selecionados [...]” [16] (1991, p.18).

Nota-se que [13] (2000), a utilização de diagramas de árvores na resolução de problemas combinatórios pode ser caracterizada como um processo recursivo, isto é, uma representação.

A aula 48 da Unicamp, citada anteriormente, traz um exemplo de um problema destacando a técnica da árvore de possibilidade com a seguinte situação:

“[...] um restaurante prepara 4 pratos quentes (frango, peixe, carne assada, salsichão), 2 saladas (verde e russa) e 3 sobremesas (sorvete, romeu e julieta, frutas)”. Nota-se que de quantas maneiras diferentes um freguês pode se servir consumindo um prato quente, uma salada e uma sobremesa? (SITE UNICAMP [s.d])

Um outro exemplo de árvore, ilustrado no site:



**Figura 5.** Árvore de Possibilidades com um cardápio.

**Fonte:** Extraído de site UNICAMP [s.d]

Diagrama como esse observou-se usado no PEEM, pela professora participante desta pesquisa, o que pode ser compreendido que para avançar para conteúdo do Ensino Médio, são retomados o princípio multiplicativo e a ideia de agrupamento, em combinações simples.

Para o quarto ciclo que corresponde ao 8º e 9º ano, finda da primeira etapa da Educação Básica o “Bloco Tratamento da Informação, visa o desenvolvimento do raciocínio estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações problemas” [14] (2003, p. 39). Dessa forma, o autor apresenta as habilidades para que estratégias de ensino sejam organizadas:

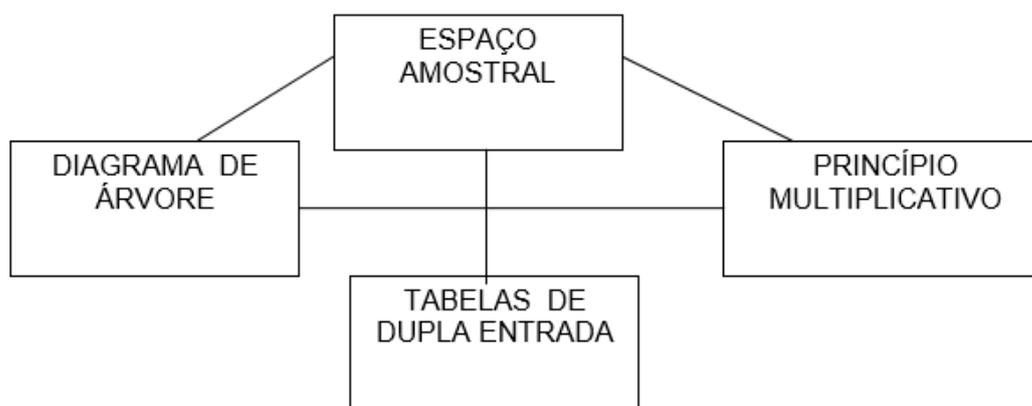
“-Construir, tabelas com frequência e graficamente dados estatísticos, utilizando diferentes recursos, bem como, elaborar conclusões a partir da leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos.

-Construir um espaço de amostra de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos [...]

- Construção do espaço amostral” [14] (2003, p. 39-40).

Para este autor, os objetivos acima, denota um “aspecto intraconectivo [...] entre as diferentes áreas da matemática, mais especificamente a Combinatória [...]” (p.40). Nota-se a ampliação para representação de quantidades maiores para que os alunos “percebam o princípio multiplicativo” e escolham recursos que sejam mais fáceis, para resolver os problemas.

Ou seja, empreguem estratégias mais econômicas, assim exemplificados [13] (2000) apud [14] (2003, p. 40): “De quantos modos podemos distribuir 8 presentes para 8 pessoas, dando um presente para cada um”. Há, portanto, uma “rede de conhecimentos mínimos a ser construído neste ciclo [14] (p.40):



**Figura 6.** Conteúdos 8º e 9º ano do Ensino Fundamental  
**Fonte:** Extraído de [14] (2003, p. 41)

Diante dos conteúdos indicados nos diagramas para os quatro ciclos [14] (2003) considera-se um desafio preparar professores no exercício profissional, uma vez que a formação inicial não contempla atividades essenciais à prática docente e que estão presentes nos PCNs. Compreende-se que não são utilizados, na formação inicial, como instrumento de compreensão entre a formação acadêmica e a escolar, na Educação Básica.

É importante ressaltar que [14] (2011) da mesma forma que [15] (2011) constatam que a formação inicial não proporciona “subsídios suficientes para realizar o trabalho didático-pedagógico” no que diz respeito ao raciocínio combinatório por meio da modelagem e resolução de problemas; uma vez que, a formação é centrada no tecnicismo, com conhecimento

de conteúdos apenas por meio de fórmulas que, segundo o autor, não contribui para “a construção de um conhecimento combinatório significativo” [14] (2011, p. 2).

Ao pesquisar como os professores incorporam os temas ligados a combinatória, probabilidade e estatística na Educação Básica, [18] (2005) constatou que de modo geral, os professores do E.F e Médio não consideram viável o ensino de tal objeto por considerar complexo demais, são resistentes ao tema ao afirmaram não ter conhecimento por não ter estudado na graduação. Parece haver uma incerteza no que ensinar em cada modalidade e ano de ensino.

Por isso, apresenta-se alguns conteúdos para ensino de Análise Combinatória que [19] (2010) identifica como pertinentes ao Ensino Médio envolvendo situações-problemas relacionados ao agrupamento de simples objetos pelo Princípio Fundamental da Contagem (PFC), Arranjo simples, Permutação simples e com Repetição e Combinação [19] (2010).

Da mesma forma que [13] (2000), [14] (2003) e [19] (2010) atribuíram significativo valor a resolução de problemas e julgam como caminho ideal para que uso de fórmulas deixem de ser ponto de partida, a fim de desenvolver, discutir e generalizar algumas noções referentes ao estudo de Análise Combinatória, que usualmente são desenvolvidas nas aulas de Matemática do Ensino Médio [19] (2010).

Para este autor, cada técnica utilizada deve ser discutida, mostrando a fórmula como resultado do processo e não o contrário [19] (2010, p. 86). Por isso, considera-se como fundamento da competência da profissão o modo particular de ser e agir de cada professor em sala de aula [20] (2005).

Por fim, considera-se que a abordagem do raciocínio combinatório desde os primeiros ciclos do ensino é de essencial importância e se faz necessária, tendo em vista que, envolve os Princípios Aditivo e Multiplicativo, que são primordiais para a evolução do raciocínio matemático e conseqüentemente para compreensão de situações problemas.

Assim, compreende-se o motivo pelo qual esse conteúdo está presente em toda a Educação Básica e tal referencial contribui significativamente para compreender o saber do conteúdo específico e pedagógico mobilizado pela professora envolvida neste estudo, a partir do caminho metodológico assumido de estudo de caso, por ser particularista, procurar o que há de essencial, com objetivos claros bem definidos que com o propósito de [21] (2006):

[...] conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, uma disciplina, um sistema educativo, um curso [...]. O seu objectivo é compreender com profundidade o ‘como’ e os ‘porquês’ dessa entidade e características próprias nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador [...] (Ibid., p. 2)

Nesta perspectiva, descreve-se o perfil da participante da pesquisa e o direcionamento metodológico, conforme métodos de escolha de informações e tarefa a ser cumprida [22] (1989).

### **3 PARTICIPANTE DA PESQUISA E DIRECIONAMENTO METODOLÓGICO**

Para a realização da pesquisa utilizou-se como critério principal, a escolha de 01 (uma) professora que exerce a função no Programa Especial de Aceleração da Aprendizagem do Ensino Médio – PEEM, e que por sua vez também é do quadro efetivo de professores do Estado do Acre. Para identificação dessa professora, a pesquisadora participou, por um período de 4 h, da formação de professores denominada no Programa de Capacitação, do ano letivo de 2015 que tinha o objetivo de subsidiar, de maneira geral, as disciplinas (Matemática, História Geral e do Brasil, Espanhol e Educação Física) que seriam desenvolvidas no Módulo II.

Os locais de construção dos dados foram nas escolas de lotação da professora e nos locais de planejamento pedagógico, que por sua vez eram definidos pela SEE.

A opção foi de pesquisar o Ensino Médio, já que no período da submissão do projeto de pesquisa o Ensino Fundamental II, não contava com nenhum profissional licenciado em Matemática.

#### **3.1. Perfil da Professora Patrícia**

A professora Patrícia (nome fictício) é Licenciada em Matemática e atua na educação há 20 anos, dos quais 13 anos são dedicados a este Programa. É licenciada em Matemática, com conclusão em 1996 e pós-graduada a nível de especialização em Educação e Trabalho, concluída em 2000. Com idade de 44 (quarenta e quatro) anos e 20 (vinte) anos de prática didática no Ensino Médio; destes, 13 (treze) anos no PEEM, noturno, trabalhando com as disciplinas de Matemática, Biologia, Química e Física. Destaca-se como importante esse tempo que exerce a função de professora, por considerar-se o saber experiencial relevantes a prática [4] (2003) e [20] (2005) e como fundamento da competência da profissão, ou seja, ao seu modo de ser e agir, nesta pesquisa, considerado como saberes da prática de ensinar Análise Combinatória.

Como atividade docente, a professora deste estudo, tem contrato de 30 horas semanais incluído planejamento, sendo 17 horas e 30 minutos em sala de aula. Além dessa atividade docente, Patrícia é Pesquisadora na Unidade Central de Geoprocessamento e Sensoriamento Remoto (UCEGEO), na Fundação de Tecnologia do Estado do Acre (FUNTAC), desde 1991 em horário integral (manhã/tarde).

Embora com dois contratos diferentes, constatou-se que a professora planeja semanalmente, com o supervisor pedagógico que integra a coordenação do Programa na SEE/AC (Secretaria de Estado de Educação e Esporte do Acre), aos sábados por um tempo de 4 horas aulas semanais, que reúne todos os professores de várias escolas para estudo do conteúdo específico, durante o planejamento.

O planejamento pedagógico é o momento em que o grupo da professora Patrícia, composto por 11 (onze) professores e mediado pelo supervisor pedagógico chega ao local do planejamento com uma pauta impressa, para cada professor, e a partir daí desenvolve-se tal planejamento, que compreende em:

- a) organizar e socializar os planos de aula da semana seguinte e a ainda, distribuição para cada professor das próximas aulas a serem planejadas;
- b) realizar um breve momento de estudo acerca de conteúdos que os próprios professores julgam mais complexos e que serão desenvolvidos na semana;
- c) entregar e socializar o complemento de aula (Textos informativos e sugestão de atividades) para determinado conteúdo, caso a equipe pedagógica tenha elaborado;
- d) compartilhar as dificuldades encontradas no dia a dia da escola e alinhar as informações entre secretaria e professor.

Dado o objetivo geral da pesquisa: compreender como uma professora licenciada em Matemática que exerce à docência no Programa de Aceleração da aprendizagem do Ensino Médio – PEEM, mobiliza saberes do conteúdo específico e pedagógico para aprender e ensinar Análise Combinatória, e ainda, a experiência da pesquisadora no programa de aceleração do fundamental II – Projeto Poronga<sup>6</sup>, foi que motivou o interesse em desenvolver a pesquisa, a partir das observações e estudo de caso desta professora.

---

<sup>6</sup> Poronga - É uma luminária, uma lâmparina que os seringueiros usam na cabeça para percorrer as estradas da seringa na floresta amazônica.

Como informantes da pesquisa, a coordenadora pedagógica<sup>7</sup> e os supervisores pedagógicos<sup>8</sup> do Programa de Aceleração do Ensino Médio – PEEM em duas escolas estaduais de Rio Branco, uma aula observada em 2015 e em 2016 observou-se um planejamento e duas aulas, em outra escola, com a mesma professora, no que se refere ao objeto deste estudo.

Neste contexto, a investigação foi realizada em diferentes escolas estaduais do Município de Rio Branco. Para garantia de sigilo o nome das escolas as quais foram observadas as aulas e realizado os planejamentos utiliza-se nomes fictícios. Os levantamentos da parte empírica da pesquisa ocorreram nos anos de 2015 e 2016.

No primeiro ano da pesquisa (2015), acompanhou-se a professora na Escola Estadual Palmares, no segundo ano (2016) continuou-se a pesquisa, após uma pausa<sup>9</sup>, na Escola Estadual Bem-Te-Vi e, atual local de lotação da professora Patrícia.

### **3.2 Etapas do trabalho de Campo**

Para a construção da pesquisa, desenvolveu-se investigação a partir de três etapas: levantamento do perfil e conhecimentos da professora sobre conteúdo e prática pedagógica, através de aplicação de entrevista semiestruturada para breve levantamento de dados e posterior elaboração e aplicação de questionário 2016; observação em planejamento pedagógico em 2016 e observação de aula, em 2015<sup>10</sup> e 2016.

A primeira etapa ocorreu em 11 de novembro de 2016 com 1h de duração para levantamento de informações sobre perfil profissional (nome, idade, série/anos em sala de aula, ano de conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática, dentre outros), conhecimentos da prática pedagógica do conteúdo específico do objeto deste estudo, concepções de ensino e aprendizagem e, o papel do PEEM e da formação continuada. Para isso, utilizou-se questionário semiestruturado instrumento de construção de informações e dados.

A segunda etapa ocorreu a partir das observações do planejamento pedagógico nos dias 27 de agosto e 10 de setembro de 2016, com objetivo de verificar como ocorre as orientações para o ensino do objeto em estudo e/ou outras orientações. Para isso, foi realizado registro das

---

<sup>7</sup> Em resumo é a pessoa responsável pelas questões pedagógicas do PEEM, no Estado do Acre.

<sup>8</sup> Sinteticamente o supervisor é o responsável por manter as informações entre escola, professor e SEE; manter o grupo de professores integrado, motivado e em permanente produção. (ACRE, 2013)

<sup>9</sup> Por motivo de gravidez, a autora 1 solicitou o trancamento da matrícula por um período de 6 (seis) meses.

<sup>10</sup> Esta etapa foi determinante para a escolha do objeto de estudo. Até então, pensava ficar apenas na formação continuada sem definir um conteúdo específico.

falas dos professores presentes. Neste estudo, descreveremos apenas a forma como ocorre tal planejamento, por acreditar ser uma maneira diferente voltada à formação pedagógica.

Já a terceira etapa, observação das aulas ocorreram no ano de 2015 e 2016 teve como objetivo identificar e descrever o conhecimento pedagógico quanto ao ensinar e aprender Análise Combinatória. As observações foram organizadas em registros escritos, no que se denomina diário de campo e por meio de fotos, em duas escolas diferentes, conforme a lotação da professora participante da pesquisa.

Dessa maneira, demonstraremos por meio do tópico a seguir, Análise dos Resultados, a síntese do que foi coletado e registrado.

## **4 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

### **4.1. Manifestações do saber pedagógico de Análise Combinatória durante o planejamento/produção das aulas**

Ao analisar as respostas da professora Patrícia, no questionário aplicado, pode-se descrever aspectos relacionados à prática pedagógica em Matemática e especificamente, Análise Combinatória. A professora situa dois momentos antes e depois do PEEM. Ao referir-se ao antes respondeu que *“de forma resumida considero [a professora em estudo] que antes do PEEM, trabalhava de forma mais tradicional, apresentando inicialmente conceitos e explorando o assunto através de exercícios que apresentavam questões variadas, mas que continham uma tendência repetitiva”*.

Segundo a mesma, as formações realizadas antes do início do Módulo e a experiência contribuíram para um novo fazer pedagógico, quando expressa *“após as formações e minha experiência no PEEM procuro problematizar o conteúdo a ser apresentado, antes das definições e, também, exemplificar com situações práticas”*. Ou seja, evidenciou-se a problematização como um passo do programa presente em todo início de aula, que colabora com a aprendizagem pelo diálogo entre professor e aluno [11] (1982).

Para diferenciar esses dois momentos de seu aprendizado, Patrícia exemplifica que antes *“levava para sala de aula exercícios repetitivos com objetivo de trabalhar o raciocínio multiplicativo, com tabelas de dupla entrada, interpretações para saber números possíveis de combinações extraídos de livros didáticos. Hoje, apresento exemplos com situações possivelmente vividas por eles [os alunos] e faço uma abordagem problematizada, através da*

*manipulação de tarjetas, e outras formas sensoriais que os envolvam e os leve a sentirem parte do problema e capazes de buscar soluções*". Nota-se, que a professora acredita na resolução de problemas e na manipulação de objetos como determinantes para aprendizagem da contagem, a compreensão do raciocínio multiplicativo e as várias possibilidades de representação, aproximando sua prática [14] (2004).

No Programa um professor desenvolve múltiplas disciplinas, por isso Patrícia acredita *"na importância de um professor especialista"*. Porém, atualmente diz *"ter consciência que um planejamento sistematizado e multidisciplinar pode romper essa barreira [do especialista] e preparar, enriquecer e fortalecer o professor para desempenhar seu papel com sucesso, mesmo que este não seja especialista na área em que atua"* para desenvolver o processo de ensino e aprendizagem.

Além dessa concepção acredita ainda, que *"quando o professor de Matemática conhece a história da humanidade e a história da Matemática, tem mais facilidade para compreender e associar os conteúdos didáticos e suas aplicações e assim, vivenciar o ensino e aprendizagem de forma bilateral, proporcionando ao aluno uma participação ativa neste processo, ou seja, uma simbiose onde ambos se beneficiam aprendendo mutuamente"*, aproximando assim, as ideias da relação pedagógica como um conjunto de percepções, de representações de cada um [1] (2000).

Na visão de Patrícia, o PEEM *"contribui significativamente na formação continuada dos professores, principalmente: ampliando habilidades multidisciplinares, proporcionando reflexões e intercâmbios que capacitam o professor no planejamento e execução das aulas, de forma problematizadora e crítica e percepção humanizada do histórico dos saberes dos alunos"* (Grifo nosso).

Ao referir-se ao planejamento de forma problematizadora e crítica evidencia-se que a professora desenvolve sua prática amparada na Pedagogia Crítico Social dos Conteúdos de acordo com [8] (2001), [9] (1991) a prática social de problematizar a matéria de ensino para apropriação de conhecimentos teórico e prático ancorado na realidade histórica e cultural e avaliar o processo do aprender e ensinar [10] (1994).

Para a professora, a formação continuada é considerada de extrema importância *"para o fortalecimento e aprofundamento do conhecimento adquirido na graduação, assim como, para a concretização do perfil profissional do professor. Faz-se necessário vivenciar o processo ensino e aprendizagem para relacionar melhor o conhecimento adquirido na graduação e, também, a contínua investigação e auto avaliação do conhecimento e das*

*práticas*". O pensamento de Patrícia corresponde ao de [18] (2005) que formação continuada funciona como parte integrante para a constituição do profissional, sendo esta, um processo contínuo.

Por fim, a maneira descrita por Patrícia ao responder ao questionário, revela sua percepção em relação a formação, atuação profissional, concepção e prática pedagógica em Matemática. Tal percepção observou-se, no que diz respeito ao objeto de estudo, em 03 (três) aulas observadas: 2015 (uma aula) e 2016 (duas aulas) para análise de sua prática.

## **4.2. Manifestações do saber pedagógico de Análise Combinatória durante o desenvolvimento das aulas**

### **4.2.1 Análise dos saberes e do conteúdo específico: observação de aula**

#### a) Observação da aula - Saber Pedagógico (primeira aula)

No ano de 2015, observou-se 01 (uma) aula do conteúdo específico Análise Combinatória, no dia 13 de agosto de 2015 na Escola Estadual Palmares, conforme Plano de Aula entregue pela professora.

A observação da aula 48 (nomeada assim no Programa) tratou do tema o princípio multiplicativo com abordagem dos conteúdos previstos: Raciocínio Combinatório, Contagem, Aplicações e Propriedades e Fatorial de um Número com a mediação da metodologia da problematização, ao recorrer a situações e temas relacionados a realidade dos alunos, que [11] (1982) consideram ideal para estudo e trabalho com que tratam da vida em sociedade.

Embora tenha aplicado a problematização, a Professora Patrícia não seguiu na íntegra todos os itens do rito metodológico [12] (2016) mas, fez adaptações priorizando as situações problemas. Dinamizou a participação e integração dos alunos ao levar materiais concretos e criou uma situação problema para introduzir o conteúdo de Análise Combinatória, especificamente o assunto de raciocínio multiplicativo, contagem e fatorial de um número. A professora convidou dois alunos, Pedro e Sabrina (nomes fictícios) para irem à frente observar os acessórios organizados em cima da mesa: 3 óculos, 4 chapéus e 3 bolsas.

Nota-se que Patrícia não iniciou a aula propiciando debate sobre o conceito de combinação, e sim, utilizando um problema. Supõe-se, que acredita que os alunos dominam tal conceito. Assim questionou: quantas maneiras diferentes a Sabrina poderia combinar seu visual (look) com aqueles acessórios. Pedro fazia as combinações na Sabrina e com a ajuda da turma de alunos e as provocações da professora, eles foram tirando as suas conclusões. Apresenta-se imagens desse momento de estudo na figura abaixo.



**Figura 7.** Atividade de problematização/conteúdo.  
**Fonte:** Registro da autora 1, 13 de agosto de 2015.

Percebe-se que a metodologia propiciou envolvimento dos alunos na proposta da aula. Portanto, evidenciou-se que facilitou a compreensão e desenvolvimento do conteúdo e assunto abordado em sala, de maneira a contextualizar a matemática como um produto cultural, das relações sociais e do conhecimento de mundo que resulta de tal interação [1] (2000).

Portanto, procurou-se possíveis correlações [7] (1996) com o saber pedagógico do conteúdo específico, onde a sugestão é que o professor, a partir da localização que desenvolve atividade profissional reflita e construa conhecimento sobre o ambiente em que vive.

A esse saber, [2] (1986, 2005), define-se como conhecimento necessário ao fazer pedagógico, imprescindível o professor dominar. Porquanto, observou-se que a professora manifestou esse domínio de conteúdo ao estabelecer relação entre sujeito-mundo com o saber, assim colocado [1] (2000), ou seja, inserir-se em relação saber – mundo - eu - os outros.

Na relação com o mundo constrói-se um conjunto de significados, como também a representação da atividade, que expressa um saber [1] (2000, p. 63) que o professor seleciona, organiza e desenvolve em sala de aula.

Compreende-se ser necessário o professor, saber que a curiosidade move o desejo de aprender; sem a qual não se aprende e nem se ensina [7] (1996) e [1] (2000). Na aula, a professora assumiu essa postura instigadora no diálogo envolvendo o saber, professor e aluno.

Deste modo é fundamental que professor assuma postura dialógica, com abordagem epistemológica<sup>11</sup> do conhecimento, ou seja, sua origem e evolução social, problematize e estimule a curiosidade enquanto fala ou ouve.

<sup>11</sup> Entende-se como a evolução do saber ano a ano, ou seja, seu desdobramento.

Durante o planejamento da professora realizado em 2015, percebeu-se o cuidado e a atenção pedagógica no tratamento dos assuntos, à medida que elaborava exemplos e analogias com o cotidiano dos alunos. Tal atenção pedagógica [7] (1996), torna-se fundamental, por oportunizar, conhecer e organizar o conhecimento existente para o ensino.

Dessa forma, a professora Patrícia que trabalha no Programa de Aceleração há 13 anos, planeja semanalmente, aos sábados, como parte da dinâmica e rotina do Programa. Traz em seus planejamentos pedagógicos, orientações para os professores melhorarem suas aulas, no intuito de envolver os alunos, dado o histórico de baixa autoestima devido a diversos fatores como reprovação, período longo sem estudar e outros; para tornar significativo o trabalho que é desenvolvido diariamente.

Acredita-se que para o desenvolvimento dos conteúdos em sala de aula há necessidade de fato do professor aproximá-los à realidade concreta, bem como refletir e associar a razão de ser do saber específico ao organizar o ensino, isso implica numa ação de aprender a aprender, [7] 1996) e refletir sobre sua prática [5] (1992) e [6] (1991).

Neste sentido, ao observar no dia 13 de agosto de 2015, a aula da professora Patrícia, percebeu-se em sua prática didática, manifestação de interesse de aportar o ensino a partir de uma realidade concreta. Notou-se que fez associações ao conteúdo específico, ao trazer para o debate número de placas de carro, jogos de Mega-Sena e possibilidades de combinações de vestuários para estudo de Análise Combinatória, que reforça a afirmação [7] (Ibid.;) sobre discutir a razão de ser do conteúdo, sua função social e numa prática reflexiva, por parte da professora.

Por fim, verifica-se que na aula observada a professora utilizou metodologia de problematização que promove o diálogo e o envolvimento dos alunos na abordagem de Análise Combinatória, conforme referencial teórico assumido neste estudo, no qual [1] (2000) trata o saber-aprende envolvido em uma relação nos aspectos individuais e sociais do sujeito para produzir significados.

Nesta dimensão, o saber-aprende [1] (2000) faz conexão com os conhecimentos necessários para a constituição da profissionalização docente [2] (1986, 2005), uma vez que o professor mobiliza conhecimentos para adaptar o saber adquirido na sua trajetória de vida escolar e acadêmica, em saber de ensino. Isso regulado ao nível de escolaridade e ainda, aos conhecimentos da cultura dos alunos. Entende-se que a professora construiu relações entre saber-aprende e ao mesmo tempo, demonstrou capacidade de mobilizar conhecimentos e adaptá-los para o ensino de Análise Combinatória na observação realizada.

Notou-se o domínio, por parte da professora, do conteúdo específico e também, pedagógico do conteúdo, ou seja, conhecimento prático [4] (2003), que por sua vez se aproximam das ideias dos conhecimentos conteúdo, pedagógico e curricular [2] (1986; 2005), sobretudo ao considerarem que o conhecimento do conteúdo específico do professor vai além do sintático; mas sim, diz respeito a compreensão do significado, da natureza histórica, inclui ainda crenças e concepções particulares de cada profissional.

Ao trazer placas de trânsito para ensinar combinatória, a professora fez uma escolha, de assunto e estratégia de abordagem. Demonstrou, novamente, domínio do conteúdo específico além do pedagógico, aproximando-se das ideias dos autores já citados. Compreende-se que esses saberes contribuíram para manutenção da atenção, participação e sinergia entre professor, aluno e conteúdo em estudo.

Ensinar fórmulas matemáticas não foi o ponto de partida, mas sim, o de chegada, o que contribuiu sobremaneira para que os alunos se sentissem capazes de ir à frente e demonstrassem seu aprendizado ensinando como fizeram para obter o resultado.

Além disso, percebeu-se a dimensão do saber-aprende individual e social [1](2000) como parte da cognição do professor, que se constitui na identidade profissional de cada docente e se expressa nos diferentes modos de organizar conceitos, assuntos essenciais a Matemática, que envolvem concepções e crenças que podem ser percebidos no modo que cada professor explora e na problemática de cada assunto e na forma de perceber e desenvolver os conteúdos [3] (2005), [4] (2003) e [20] (2005) que denomina-se de saber prático ou da prática.

### **4.3. Análise dos saberes e do conteúdo 2016: observação do planejamento pedagógico e observação de aula**

#### **a. Observação Planejamento Pedagógico mês agosto**

Ao participar do planejamento observou-se que a supervisão pedagógica distribui antes do encontro, os conteúdos do Bloco de aula a ser desenvolvido na semana. Tal plano de aula é elaborado e levado para o encontro de planejamento para ser apresentado e socializado entre os demais.

Percebe-se com clareza, que o propósito é gerar diálogos, reflexões e ajustes no plano de cada professor, de forma compartilhada é a ideia de aprender a aprender [7] (1996) partindo

de uma relação dialógica, neste caso, entre os professores durante o planejamento, e, às ideias de que saber-aprende se constrói na relação com o outro [1] (2000).

No entanto, observou-se que o tempo de planejamento não é suficiente para leitura e discussão de todos os planos de aula da semana. Sendo assim, a equipe prioriza as aulas que julgam ser essenciais para discussão, colocando como critério a complexidade dos conteúdos e não, o planejamento individual para gerar o diálogo, aprendizagem do conteúdo específico sobre Análise Combinatória, sobretudo para tirar dúvidas dos professores licenciados em outras áreas e que não dominam o conteúdo e seus desdobramentos.

Cabe ressaltar que no ano letivo de 2016, o planejamento deixou de ser semanal e passou para o formato de encontros quinzenais, pois os professores deixaram de receber a remuneração específica - aulas complementares - para esse planejamento aos sábados. Dessa forma, verificou-se que a demanda de trabalho permaneceu a mesma, e essa situação gerou insatisfação e desmotivação por parte dos professores.

Durante o planejamento realizado no dia 27 de agosto de 2016, já explicado anteriormente, os professores do Programa reuniram-se na escola Estadual Novo Horizonte e o supervisor pedagógico deu os informes sobre como seria esse Módulo que estava iniciando. Comunicou que os projetos complementares seriam vivenciados ao final do módulo; que a coordenação daria um apoio nas aulas que os professores apresentam mais dificuldades para conduzirem. Apresenta-se imagem do planejamento pedagógico na figura a seguir.



**Figura 8.** Planejamento Pedagógico.

**Fonte:** Registro da autora 1, 27 de agosto de 2016.

Observou-se que houve socialização das angústias da semana, em relação ao nível de aprendizagem dos alunos, principalmente na disciplina de Matemática. Os professores elencaram pontos para que fossem priorizados no decorrer do Módulo, tais como: conhecimento da tabuada, sistema de equações, nas operações multiplicação e divisão, mínimo múltiplo comum (MMC) e regras de sinal.

No caso das operações de multiplicação, destaca-se que essa deficiência pode vir a dificultar o entendimento e resolução de situações problemas que trabalha o raciocínio multiplicativo, que [14] (2003) e [16] (1991) considera-se que sem tal conhecimento, os alunos terão dificuldade de desenvolver o raciocínio combinatório, sendo, pois, imprescindível sua compreensão por parte dos professores.

Neste planejamento não houve elaboração e/ou socialização das aulas da semana, devido ser o início do Módulo.

#### b. Observação Planejamento Pedagógico mês setembro

Este planejamento ocorreu na Escola Estadual Bem-te-vi com objetivo de socializar e discutir as aulas das próximas duas semanas. Notou-se a preocupação dos professores que não são especialistas em Matemática para desenvolver os conteúdos: semelhanças de triângulos, cálculo de áreas e problemas de equação do 2º grau. O conteúdo de combinatória foi tratado em outro planejamento pedagógico<sup>12</sup>. Grande parte dos professores mencionou que realiza pesquisa no *YouTube* para compreender melhor as aulas que irão desenvolver.

Tal ferramenta traz vídeos de Matemática que podem contribuir com o entendimento dos assuntos. Entretanto, [2] (1986, 2005) coloca que dominar o conhecimento do conteúdo específico é fundamental para saber abordar um assunto, ou seja, sem dominar esse conhecimento fica comprometido o desenvolvimento pedagógico.

Aponta-se [19] (2010) a necessidade de o professor discutir com os alunos cada técnica utilizada e as fórmulas. O encontro de planejamento é considerado essencial como espaço para saber-aprende, quando utilizado com essa finalidade, pois, [18] (2005) o tema Análise Combinatória é ignorado na maioria das vezes pelos professores que consideram complexo.

Neste sentido, pressupõe-se que o professor que não é especialista em Matemática, terá dificuldades em selecionar, organizar o assunto e elaborar o Plano de Aula que apresenta dentro

---

<sup>12</sup> A pesquisadora principal não pode estar presente, mas, observou a aula apresentada pela professora Patrícia e a descrição do Plano de aula.

da estrutura adotada na problematização e leitura de imagens, (dados da Instituição, tema, conteúdo, habilidades, acolhida, atividade integradora, *problematização, leitura de imagens* e atitudes de cidadania), os outros itens não destacados, já vem numa matriz pré-determinada, que por sua vez é organizada em 04 (quatro) módulos e eixos temáticos para trabalhar com as disciplinas, sendo que o segundo eixo, o ser humano interagindo com o espaço direcionado as disciplinas de Matemática, História geral e do Brasil, Espanhol e Educação Física.

Cabe ao professor a capacidade de problematizar o conteúdo e selecionar imagens relacionadas aos temas das aulas do dia para desenvolver dentro do que [12] (2016) denomina de rito metodológico. Geralmente são desenvolvidas duas videoaulas, cada uma com temática diferente em um tempo de 4h/a assim prevista no Projeto. No entanto, devido ao ensino noturno ter tempo de 3h/a, reduzindo o tempo pedagógico, comprometendo o desenvolvimento do planejado. Somam-se a esse fato, o aligeiramento do processo que pode vir a comprometer o ensino e a aprendizagem.

Por fim, notou-se que espaço destinado ao planejamento constitui-se em um momento oportuno de reflexão pedagógica voltado ao aprender a aprender com o compartilhamento de informações, dúvidas e angústias com os outros professores do programa, sobretudo refletir sobre a própria prática [6] (1991) onde a formação ou formação continuada, no caso, o espaço de planejamento deve ser crítico-reflexiva numa perspectiva da auto formação.

c. Observação da aula: Saber Pedagógico (segunda aula)

No dia 28 de novembro de 2016, observou-se a segunda aula da professora Patrícia em uma nova turma do PEEM, na Escola Estadual Bem-te-vi. O conteúdo desenvolvido foi o de permutações, com abordagem de assuntos como fatorial.

A professora iniciou a teleaula colocando a palavra FLOR no quadro e questionou os alunos quantos fatoriais tinham essa palavra? É importante ressaltar que a professora já havia trabalhado raciocínio multiplicativo com essa turma, Anexo 2. (Planos de aula 48/49 e 50).

Um aluno respondeu que a palavra possuía 24 fatorial o que demonstra que Patrícia havia desenvolvido o conteúdo e o assunto anterior de forma que os alunos tiveram a oportunidade de adquirir conhecimento para responder. Isso revela que a professora domina tal conhecimento [2] (1986, 2005); sem esse domínio fica difícil ensinar, o conteúdo específico, no caso em estudo Análise Combinatória.

Prosseguindo a aula, a professora para certificar-se se os alunos estavam entendendo o assunto, escreveu no quadro magnético a palavra ARARA e perguntou: “- *E essa palavra que tem letras iguais?*”

Um outro aluno respondeu: “Fatorial de 3! e 2!?” (Resposta de um aluno).

A professora questionou: “- *Tem o fatorial desses dois, mas não só isso!*” Observou-se que a partir da colocação de Patrícia o mesmo aluno, conclui a resposta, formulando o resultado assim descrito e confirmado pela professora:

$$\frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2!2!} = \frac{20}{2} = 10$$

Com esses exemplos, da palavra FLOR e ARARA a professora pedagogicamente conduziu o processo de raciocínio dos alunos para por fim, introduzir fórmulas [13] (2000), [14] (2003) e [19] (2010) que não devem ser compreendidas como ponto de partida, mas sim discutida, como resultado do processo e não o contrário.

Após exemplificações participativas, a professora elaborou uma sequência de atividades no quadro e convidou os alunos a resolverem, sempre dialogando e mantendo uma relação onde foi possível perceber o bom relacionamento entre professor, aluno e saber [1] (2000); [7] (1996) estimulado pela participação e o diálogo.

Na teleaula seguinte de nº 53, a professora abordou o conceito de probabilidades. Nota-se um desdobramento na construção do conhecimento curricular, considerado também essencial [2] (1986).

Para iniciar a aula, a professora pediu um real emprestado de um aluno, de forma aleatória. Ocorre que dois alunos entregam e o valor recebido soma dois reais. A professora de posse das moedas, questionou sobre os lados das moedas perguntando: “-*Como é conhecido cada lado da moeda?*”. A resposta dos alunos foi unanime: “- *Cara e coroa.* (Transcrito Diário de campo, novembro de 2016).

No momento seguinte, a professora pediu que assistissem a aula e ficassem atentos a duas situações: o que é probabilidade e como a gente chama o total de chance de a possibilidade acontecer.

Notou-se que durante a exibição da teleaula, Patrícia ia fazendo paradas, neste estudo denomina-se momentos, destacando os pontos já citados e, acrescentando outros importantes para a compreensão do conceito de probabilidade.

Observou-se que o conceito de probabilidade, nesta aula, foi colocado pela professora. No entanto, não foi elaborado a partir das experiências dos alunos, na sua relação com o saber

[1], (2000). Acredita-se que em decorrência do tempo utilizado na primeira aula, e de certa maneira, não há flexibilidade no Programa, as aulas tem que ocorrer nas datas pré-estabelecidas; entende-se limitar a prática pedagógica dessa professora. Houve neste momento de estudo, um aligeiramento no processo didático.

É importante ressaltar que devido o tempo didático maior para a exercitação das atividades da teleaula 53<sup>13</sup>, considerados necessários, não foi possível desenvolver atividades para se trabalhar e aprofundar as questões discutidas na teleaula.

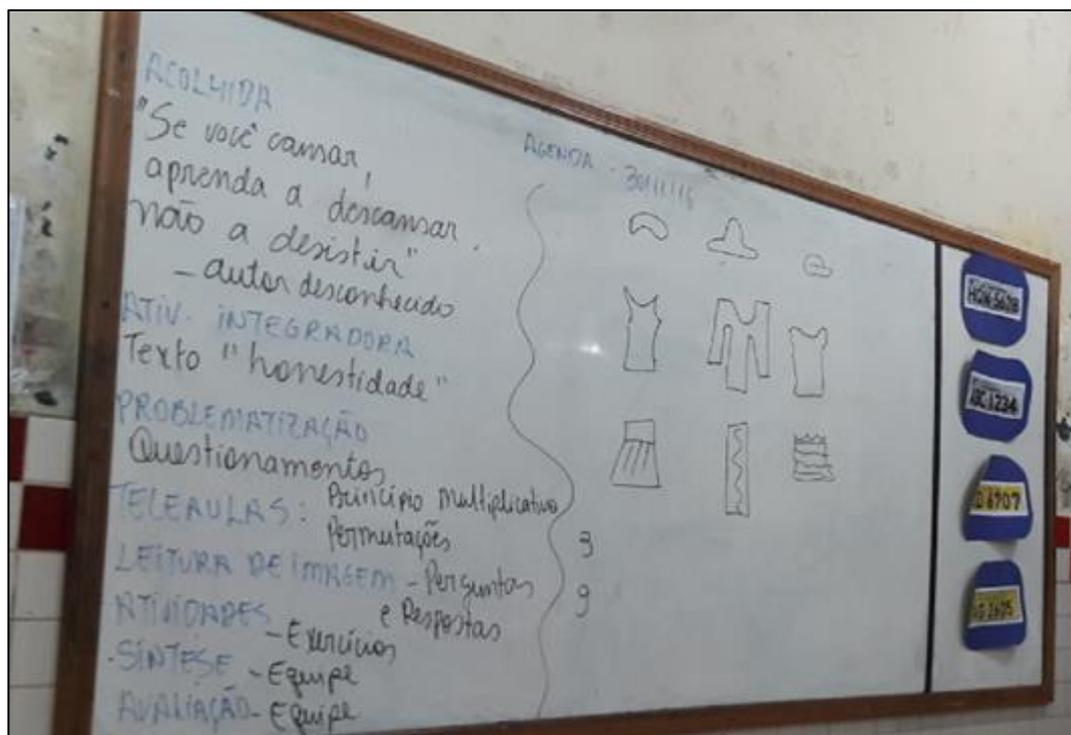
Como a pesquisadora atuou no Programa e vivenciou situações de não cumprir o planejado para a teleaula, afirma-se que o comum em situações como essa, era desenvolver em aulas posteriores, acredita-se que possivelmente isso tenha ocorrido.

d. Observação da aula: Saber Pedagógico (terceira aula)

No dia 30 de novembro de 2016 observou-se a aula 48 de outra turma do PEEM, na Escola Estadual Bem-te-vi. O conteúdo desenvolvido foi raciocínio multiplicativo e permutação. Iniciou-se a aula com a atividade integradora e em seguida a problematização com a simulação de uma situação (oral) pela Professora Patrícia assim transcrita: A Raquel [aluna da sala] nossa modelo, foi pega de supressa para fazer um desfile e vai ter essas peças para se vestir. Quantas possibilidades vai ter para combinar? Fez o desenho no quadro magnético, apresentado na Figura 9.

---

<sup>13</sup> Teleaula que desenvolveu o conceito de probabilidade.



**Figura 9.** Registro Aula: Princípio Multiplicativo e permutação.  
**Fonte:** Da autora 1, 2016.

É importante ressaltar que diferente da aula 48 (2015) a professora não fez uso de material concreto, com exceção de tarjetas representando placas de trânsito. Mesmo assim, buscou contextualizar a partir da realidade, amparada no desfile da aluna que havia competido na escola.

Notou-se que os alunos participaram e tentaram resolver apontando respostas como: “um falou: 3 maneiras, outro 9 e outro falou: mais de 9” (Transcrição diário de Campo). Mas, somente com a intervenção da professora conseguiram resolver a situação. Percebeu-se que o uso de material concreto facilita o entendimento do conteúdo, embora nesta modalidade de ensino, o aluno não necessite mais apoiar raciocínio em material concreto, pois, subentende-se que já adquiriu raciocínio abstrato.

Destaca-se ainda, que na aula 48 o horário escolar de 4h/a do Projeto, além de ter seu tempo reduzido para 3h/a em função do horário noturno, tornou-se mais reduzido para 2h30 minutos por determinação da coordenação da escola. Com este tempo reduzido, a professora buscou cumprir o rito fez uma segunda problematização com placas de trânsito, sem muita exploração didática, na sequência, apresentou a videoaula sobre permutação.

Em um determinado trecho do vídeo deu uma pausa para reforçar a ideia de permutação. Uma aluna fez a seguinte declaração: “nas aulas é uma maravilha. Mas na hora da prova, meu Deus do céu!” (Transcrito Diário de campo, novembro de 2016)

Essa fala leva a acreditar que os alunos muitas vezes entendem o conteúdo naquele momento específico com a professora e/ou decoram fórmulas, mas não aprendem e quando precisam aplicar, não conseguem interpretar e resolver problemas de contagem pela dificuldade de organizar, enumerar os dados, sistematizar; sendo percebido nas turmas observadas nas pesquisas [13] (2000) e [15] (2011) ao afirmar que as dificuldades apresentadas pelos alunos decorrem de erros cometidos na formação inicial dos professores.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

No PEEM, os professores são de licenciaturas diversas e não apenas Matemática, por isso, o conhecimento adquirido na educação básica e no momento do encontro de planejamento pode vir a se constituir como um espaço não só de formação, mas de auto formação.

Torna-se importante frisar, que a professora, sujeito da pesquisa, demonstrou domínio do conteúdo específico e pedagógico. Buscou problematizar as situações problemas recorrendo a situações da realidade, abrindo espaço para o diálogo entre professor-aluno, aluno-aluno e aluno-professor, criando um ambiente propício ao aprendizado.

A professora vai além do conhecimento do assunto em si para a dimensão do conhecimento pedagógico. Demonstrou saber organizar assunto, propor estratégias de ensino e, sobretudo, estabelecer relação dialógica entre saber, conteúdo e alunos, com apoio em material concreto, a sua tática, a forma como tornou o assunto compreensível colaborou com a construção do conhecimento.

Patrícia elaborou problematizações dinâmicas, atrativas, utilizou situações do dia a dia e material concreto, a exemplo: bolsa, chapéu, óculos e tarjetas, destacando a temática. Verificou-se um feedback positivo, uma vez que imprimiu em seus alunos, o desejo de compreender o conteúdo específico.

Porém, nas aulas observadas verificou-se que o plano de aula sofria adaptações, do início ao fim, para efeito de aplicação. Considera-se uma limitação do Programa, pois acontece a socialização dos planos no planejamento pedagógico, mas muitas vezes a adaptação é feita na dinâmica da aula e não antes. Mesmo que a professora tenha estabelecido uma relação dialógica com os alunos e tenha apresentado exemplos comuns do dia a dia que está no campo de Análise Combinatória, essas adaptações são vistas como um ponto a melhorar no momento do Planejamento Pedagógico.

Verificou-se que os assuntos Permutações; Número de Permutações; Aplicações e Propriedades; Permutações com repetição e Simplificação de fatoriais são tratados tanto no Ensino Fundamental II quanto no médio. Percebe-se que não foi realizado um aprofundamento dos conteúdos, questões com grau de complexidade mais elevadas não foram abordadas. Entende-se que isso se deve ao tempo pedagógico destinado para o desenvolvimento das aulas e, nesse contexto, fica a cargo do aluno aprofundar o seu conhecimento acerca do conteúdo e os assuntos que o compõem.

Por fim, observou-se que mesmo o professor possuindo tais domínios - o conhecimento do assunto e o pedagógico do conteúdo - estes não são suficientes para a construção do conhecimento, no caso específico do PEEM, haja vista a metodologia ser “engessada” por meio da exigência do rito que cada aula deve obedecer. Refletindo negativamente no desenvolvimento do saber e saber fazer, na exploração de conceitos e sobretudo na exercitação e nas práticas Matemáticas para consolidar/incorporar o aprendizado dos conteúdos de ensino da telessala do Programa de Aceleração da Aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

- [1] CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Trad. Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
- [2] SHULMAN, L. **Those who understand**: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 1986. p. 4-14. Disponível em <<https://www.math.ksu.edu/~bennett/onlinehw/qcenter/shulmanpck86.pdf>> Acesso em 20 de jun. de 2017.
- \_\_\_\_\_ **Conocimiento y enseñanza**: fundamentos de la nueva reforma. *Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform*. Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9, 2 (2005). Disponível em: < <https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>>. Acesso em: 09 de set. de 2017
- [3] FIORENTINI, Dário; NACARATO, Adair Mendes (Orgs.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**: Investigando a prática docente. Campinas: Musa, 2005. P.33 - 48.
- [4] FIORENTINI, Dário; SOUZA Jr, Arlindo José de; MELO, Gilberto Francisco A de. **Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos**. In: GERALDI, Corinta Maria Grisolda; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete Monteiro de (Orgs.). *Cartografias do trabalho docente: professor (a) - pesquisador (a)*. Campinas: Mercado de Letras, 2003.
- [5] SCHÖN, Donald A. **Formar professores como profissionais reflexivos**. In: NÓVOA, António (Coord.). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1992.
- [6] NÓVOA, Antonio. **A formação contínua de professores**: realidades e perspectivas. Aveiro: Universidade de Aveiro, 1991.
- [7] FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa / Paulo Freire. – São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção).

[8] SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**: teorias da educação, curvatura da vara e onze teses sobre educação e política. 34 ed. Campinas: Autores Associados, 2001.

[9] LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da Escola Pública**. São Paulo: Loyola, 1990.

[10] LUCKEZI, Cipriano Carlos. **Filosofia da Educação**. São Paulo: Cortez, 1994.

[11] BORDENAVE, Juan Diaz; PEREIRA, Adiar Martins. **Estratégias de ensino aprendizagem**. 4º ed. Petrópolis: Vozes, 1982.

[12] AREAL, Emilly G. **Projeto Poronga**: uma prática educacional de aceleração da aprendizagem. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Acre. Rio Branco, 2016.

[13] ESTEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam no raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos - 8ª série do ensino fundamental**. São Paulo, 2000, 194 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Centro das Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2000.

[14] COSTA, C. A. **Análise Combinatória**: Como aborda-la a partir do ensino fundamental. In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004. Universidade Federal do Pernambuco, Recife. *Anais eletrônicos...* Disponível em: <<http://www.sbem.com.br>>. Acesso em 17 de jun. de 2017.

\_\_\_\_\_. **As concepções dos professores de Matemática sobre o uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental**. São Paulo, 2003, 163 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Centro das Ciências Exatas e Tecnologias, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003.

\_\_\_\_\_. **Análise Combinatória**: Como aborda-la a partir do ensino fundamental. In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004. Universidade Federal do Pernambuco, Recife. *Anais eletrônicos...* Disponível em: <<http://www.sbem.com.br>>. Acesso em 17 de jun. de 2017.

\_\_\_\_\_. **As concepções de ensino e aprendizagem em testes de hipóteses no desenvolvimento do pensamento inferencial**. In: XI Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2011. Apucarana, PR. *Anais eletrônicos...* Disponível em: <<http://sbemparana.com.br>>. Acesso em 17 de jun. de 2017.

[15] BORTOLOTTI, WAGNER e FERREIRA. **A formação dos professores**: erros em análise combinatória. In: XIII Conferência Internacional de Educação Matemática, 2011. Recife. *Anais eletrônicos...* Disponível em <<http://www.lematec.net.br/CDS/XIIICIAEM/artigos/1610.pdf>>. Acesso em: 10 de set. de 2017.

[16] MORGADO, Augusto Cesar de O., et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. (Livro Digital) 1991. Disponível em: <<https://issuu.com/leonardof.w/docs/name9b6ec4/5>>. Acesso: 14 de abr. de 2017.

[17] ABBAGNANO, Nicola, et al. **Michaelis Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa**. Disponível em <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/permutação/>. São Paulo: Editora Melhoramentos, 2004. Acesso: 14 de abr. de 2017.

[18] SANTOS, C.R. **O Tratamento da informação**: currículos prescritos, formação de professores e implementação em sala de aula. São Paulo 2005, 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - PUC/SP, 2005.

[19] SABO, Ricardo D. Saberes docente: **A Análise combinatória no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática.** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC.SP. São Paulo, 2010.

[20] MELO, Gilberto F. A de. **Saberes docentes de professores de matemática em um contexto de inovação curricular. Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática.** Dario Fiorentini e Adair Mendes Nacarato (Orgs.). São Paulo: Musa Editora, Capinas, SP: GEPPFEM-FE/UNICAMP, 2005. pp 34-48.

[21] PONTE, J. P. (2006). **Estudos de caso em educação matemática.** *Bolema*, 25, 105-132. Este artigo é uma versão revista e actualizada de um artigo anterior: Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18. (re-publicado com autorização)

[22] BELL, Judith (1989). **Doing your research project: a guide for the first timeresearchers in education and social science.** 2. reimp. Milton Keynes, England:Open University Press, pp. 145