SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

MODELAGEM MATEMÁTICA NA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON: EXPERIÊNCIA COM GARRAFAS TÉRMICAS

MATHEMATICAL MODELING IN NEWTON COOLING LAW: EXPERIMENT WITH THERMAL BOTTLES

Aline Walter Reculiano Fagundes[1], Priscila Miranda Engelhardt Santos[2], Claudemir Miranda Barboza[3], Juliano Alves de Deus[4]

[1]Estudante de Licenciatura em Matemática do IFRO; [2]Graduada em Pedagogia/UNOPAR e Estudante de Licenciatura em Matemática do IFRO; [3]Mestre em Matemática/UNIR e Professor do IFRO; [4]Doutor em Física Teórica/UnB e Professor do IFRO

*Autora correspondente: e-mail: mirandapri28@gmail.com

RESUMO

Este trabalho mostra uma abordagem teórica de Equações Diferencias em um problema matemático do cotidiano, que pode ser resolvido por meio da Lei de Resfriamento de Newton, ou seja, a união entre a teoria e a prática. O objetivo desse estudo consiste em realizar um experimento para comprovar qual modelo de garrafa térmica (pressão ou rosca), tem melhor eficácia de conservação para líquidos quentes e frios, analisando fenômenos físicos que podem gerar erros e buscando ameniza-los para resultados mais precisos. Faz-se necessário o uso da modelagem matemática, para formular uma resolução pela lei de Resfriamento de Newton e realizar uma avaliação do problema estudado para validar o quanto a situação problema pode contribuir no ensino da matemática.

Palavras-chave: Lei de Resfriamento de Newton. Equação Diferenciais. Modelagem matemática.

ABSTRACT

This work shows a theoretical approach to Equations Differences in a mathematical problem of everyday life, which can be solved through Newton's Law of Cooling, that is, the union between theory and practice. The objective of this study is to perform an experiment to verify which model of thermal bottle (pressure or thread) has better conservation effectiveness for hot and cold liquids, analyzing physical phenomena that can generate errors and seeking to soften them for more precise results. It is necessary to use mathematical modeling to formulate a resolution by Newton's Law of Cooling and to carry out an evaluation of the studied problem to validate how much the problem situation can contribute in the teaching of mathematics.

Keywords: Newton's Cooling Law. Equation Differentials. Modeling mathematics.

1. INTRODUÇÃO

Para compreendermos os princípios ou leis que controlam os procedimentos do mundo físico, devemos entender que essas são relações que envolvem uma taxa a qual as coisas ocorrem e a esta nomeamos de Equação Diferencial, assim essas equações são aquelas que envolvem uma função incógnita e suas derivadas.

As equações diferenciais são muito utilizadas para dar vida a conceitos da física, por exemplo: o fluxo de corrente elétricas em circuitos, o processo de resfriamento ou aquecimento de um corpo, a dissipação de calor em objetos sólidos, a detecção de ondas sísmicas entre outros, portanto as equações diferenciais que descrevem processos físicos podem ser utilizadas como modelos matemáticos.

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

> A modelagem matemática, atualmente usada em toda ciência, tem contribuído sobremaneira para a evolução do conhecimento humano seja nos fenômenos microscópicos, em tecnobiologia, seja nos macroscópicos, com a pretensão de conquistar o universo" [1].

Portanto a modelagem matemática mostra-se como uma necessidade do ser humano em interpretar os fenômenos que o rodeiam, transformando problemas da realidade em problemas matemáticos afim de buscar um significado ou compreensão de um evento natural.

> A **Matemática Aplicada** moderna pode ser considerada como arte de aplicar matemática a situações problemáticas, usando como processo comum a modelagem matemática. É esse elo com as ciências que distingue o matemático aplicado do matemático puro. A diferença consiste, essencialmente, na atitude de se pensar e fazer matemática [2].

Neste sentido este trabalho visa mostrar a aplicação das equações diferenciais em uma situação cotidiana envolvendo as leis de resfriamento de Newton, para isto iremos utilizar duas garrafas térmicas com ampolas de vidro de modelos diferentes, analisando qual modelo se torna mais eficaz para conservação dos líquidos e o tempo em que um líquido quente ou frio chega a temperatura ambiente. Com esse experimento pretende-se confirmar o modelo de resfriamento de Newton através da comparação dos dados obtidos nas amostras afim de validar a modelagem matemática de um fenômeno físico.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

A realização desse trabalho foi feita em duas etapas, sendo elas uma pesquisa bibliográfica sobre equações diferenciais, modelagem matemática e a Lei de Resfriamento de Newton e a outra etapa se deu por meio de um experimento na tentativa de fazer a modelagem matemática nas equações diferenciais utilizando a Lei de Resfriamento Newton.

Para a execução do experimento foram utilizados os seguintes objetos: dois termômetros de mercúrio com medição de -10°C a 110°C, um termômetro digital, um termômetro de temperatura do ambiente, um cronômetro e duas garrafas térmicas, sendo uma de Rosca (tipo A) e uma de pressão (tipo B). As garrafas foram fechadas com isopor (material isolante) e os termômetros foram fixados em uma abertura na parte superior das mesmas.

O experimento consiste em analisar a conservação de líquidos quentes ou frios e observar qual modelo de garrafa consegue manter a temperatura por mais tempo. Portanto mediu-se a temperatura ambiente com o (quarto fechado), em seguida, adicionou-se um litro de água quente nas garrafas térmicas, medindo a temperatura inicial do líquido e depois anotando

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

de doze em doze horas suas temperaturas. Para o líquido frio também se usou a mesma metodologia do líquido quente.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 HISTÓRIAS DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS

As equações diferenciais iniciaram-se pelos estudos de Isaac newton (1642-1727) e Gottfried W. Leibniz (1646-1716). A primeira descoberta de Newton foi registrada em 1665, contribuiu com o cálculo e o esclarecimento de princípios da mecânica, formando uma base para as equações diferenciais no século XVIII, catalogou as equações diferenciais de primeira ordem de forma que: $\frac{dy}{dx} = f(x)$, $\frac{dy}{dx} = f(y)$ e $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$.

Leibniz era considerado um autodidata em matemática, compreendia o valor de uma boa notação matemática e contribuiu nos estudos com o método de fragmentação de variáveis, redução de equações homogêneas a equações separáveis. Leibniz viajou por muitos lugares, conhecendo outros matemáticos pelo mundo, adquiriu novos conhecimentos e contribuiu ainda mais com as equações diferenciais.

No século XVIII, muitos matemáticos e pesquisadores se aprofundaram no estudo das equações diferencias dentre ganhou destaque Leonhard Euler (1707-1783). Euler conseguiu solucionar uma maneira das equações de primeira ordem serem exatas, com isso elaborou a teoria dos cofatores integrantes, o que fez os estudos das equações diferenciais progredir no ramo da matemática.

> No século XIX, iniciou-se a investigação de questões teóricas de existência e unicidade, assim como o desenvolvimento de métodos menos elementares, como os baseados em expansão em séries de potência. Esses métodos encontram seu ambiente natural no plano complexo. Por causa disso, eles se beneficiaram, e, até certo ponto, estimularam o desenvolvimento mais ou menos simultâneo da teoria de funções analíticas complexas [3].

3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

De acordo com Almeida & Silva [4], na matemática usamos e construímos modelos para explicar, demonstrar e prever algumas hipóteses. Esses modelos podem ser conceituais, explicativos ou descritivos, assim a modelagem matemática visa entender uma situação-problema e buscar por meio de atividades e experimentos soluções para o problema e provar que existe uma contribuição para a sociedade.

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

A matemática é o suporte de todas as áreas do conhecimento, permite desenvolver nas pessoas um pensamento cognitivo, habilidades como criatividade e resolução de problemas. Por esse motivo deve-se procurar meios que possam desenvolver a leitura e a interpretação de problemas matemáticos.

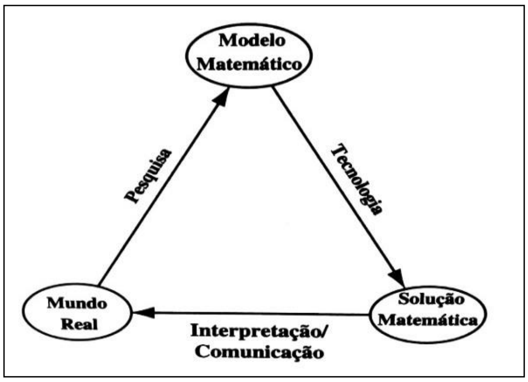
> A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias [1].

A modelagem matemática é o melhor caminho para que as pessoas possam ampliar o conhecimento e constituir formas de agir e pensar. Podemos enunciar que a realidade e a matemática, são conjuntos separados e a modelagem matemática é a forma de faze-los relacionar-se. Para BIEMBENGUT e HEIN [1], essas interações podem ser agrupadas em:

1) Mundo real: ao escolher o tema que será estudado, deverá ser realizado um aprofundamento por meio de pesquisas em livros, artigos e revistas que contenham experimentos feitos por especialistas da área.

2) Modelo matemático: nesta etapa será dada a situação-problema para a linguagem matemática, ou seja, deverá ser realizado um experimento para a coleta de dados, assim podemos criar hipóteses para a resolução do problema, nesta etapa é necessário que sejam classificadas informações (significantes e não significantes). Para a resolução do problema devemos ter conhecimento sobre os cálculos a serem formulados, para isso, pode-se usar meios tecnológicos como computadores.

3) Solução matemática: ao concluir o experimento e a formulação de dados, faz-se necessário uma avaliação para comprovar a aproximação da situação-problema com o mundo real, assim pode-se afi,rmar que a solução do problema é válida e que poderá trazer benefícios para a sociedade.



Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

Figura 1: O ciclo da modelagem
Fonte: Bronson & costa, 2008, p. 24

3.3 DEFINIÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS E SUAS APLICAÇÕES NA FÍSICA

Segundo Bronson & Costa [5], a equação diferencial ordinária é uma equação que abrange uma função incógnita e suas derivadas e que essa função depende apenas de uma variável independente. Assim, para encontrar uma equação que direciona uma aplicação, deve-se ter conhecimento sobre o problema e variáveis que estejam envolvidas, para que através do modelo matemático possamos compreender suas aplicações.

“Em geral, uma **equação diferencial** é aquela que contém uma função desconhecida e uma ou mais derivadas. A **ordem** de uma equação diferencial é a ordem da derivada mais alta que ocorre nesta equação”[6].

Os estudos sobre as equações diferenciais vem ganhando destaque na área da matemática, química, física, gastronomia, economia, entre outras. Podem ser descritas na física quando se aplicam fatos relevantes a um problema e que pode-se criar hipóteses sobre a resolução desse problema.

> Essas equações permitem, muitas vezes, fazer previsões sobre como os processos naturais se comportarão em diversas circunstâncias. Muitas vezes é fácil permitir a variação dos parâmetros no modelo matemático em um amplo intervalo, enquanto isso poderia levar muito tempo ou ser muito caro, se não impossível, em um ambiente experimental [7].

Segundo Boyce & Diprima [7], para aplicar as equações diferenciais nas diversas áreas que são utilizadas, deve-se formular uma equação diferencial para resolver o problema a ser estudado. Assim, utilizamos a lei de resfriamento de Newton, como foco desse artigo.

3.4 LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON

Isaac Newton nasceu em 1642 na cidade de Woolsthorpe, na Inglaterra e faleceu em 1727. Foi cientista, matemático, mecânico e físico. Iniciou seus estudos na Universidade Cambridge em 1661. Tornou-se professor aos 27 anos, se dedicando aos estudos sobre binômio de Newton, leis da gravitação e o teorema binomial. Newton formulou em 1701, a lei de resfriamento de Newton, contribuindo assim com a física e as equações diferenciais.

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

> A lei de resfriamento de Newton, igualmente aplicável ao aquecimento, determina a taxa de variação temporal da temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o meio circundante. Seja T a temperatura do corpo e T_m a temperatura do meio circundante. Então, a taxa de variação da temperatura do corpo em relação ao tempo é $\frac{dT}{dt}$, e a lei de resfriamento de Newton pode ser formulada como $\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$. Onde K é uma constante positiva de proporcionalidade [5].

Pela Lei de Resfriamento de Newton a equação $\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$, {1}

modela o fenômeno físico. Quando a temperatura do corpo é maior que a temperatura ambiente se torna um processo de resfriamento e quando a temperatura do corpo é menor do que a temperatura ambiente se torna um processo de aquecimento.

Integrando {1} pelo método de separação variável temos:

$$\frac{dT}{T - T_m} = k.dt$$

$$\int \frac{dT}{T - T_m} = k.\int dt$$

$$ln|T - T_m| = k.(t + C)$$

$$ln|T - T_m| = k.t + C, \text{com } C_1 = k.C$$

$$T - T_m = e^{-kt+C_1}$$

$$T - T_m = e^{kt}.e^{C_1}$$

$$T = T_m + C.e^{k.t}, \text{com } C = C_1. \qquad \{2\}$$

Deste modo utilizou-se a equação {2} como método de resolução para o experimento com garrafas térmicas, onde pretende-se mostrar quanto tempo as garrafas dos modelos de rosca e pressão demoram para chegar na temperatura ambiente e quais dos modelos se torna melhor em termos de conservação.

3.5 A FÍSICA NA GARRAFA TÉRMICA

O físico-químico James Dewar (1842-1923) foi responsável por esta invenção inicialmente chamada de frasco de Dewar, e seu foco é manter a temperatura, pelo máximo de tempo possível.

Para Marques [8], "a função de uma garrafa térmica é dificultar as trocas de calor de seu conteúdo com o ambiente externo. Dessa forma é construída de modo a evitar, tanto quanto possível, a condução, a convecção e a radiação. "

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

Para que a garrafa mantenha o líquido quente durante muito tempo basta mantê-la fechada, no entanto não existe isolamento térmico considerado perfeito e embora seja tomado todos os cuidados necessários para manter a temperatura alta depois de um certo tempo o líquido da garrafa atinge um equilíbrio térmico com meio ambiente.

Portanto a garrafa térmica é um frasco constituído por um corpo externo (garrafa fabricada com diferentes materiais que podem ser plástico ou inox) e uma parte interna feita com uma ampola de vidro. No dia-a-dia as pessoas utilizam essas garrafas para a conservação das temperaturas de líquidos quentes ou frios.

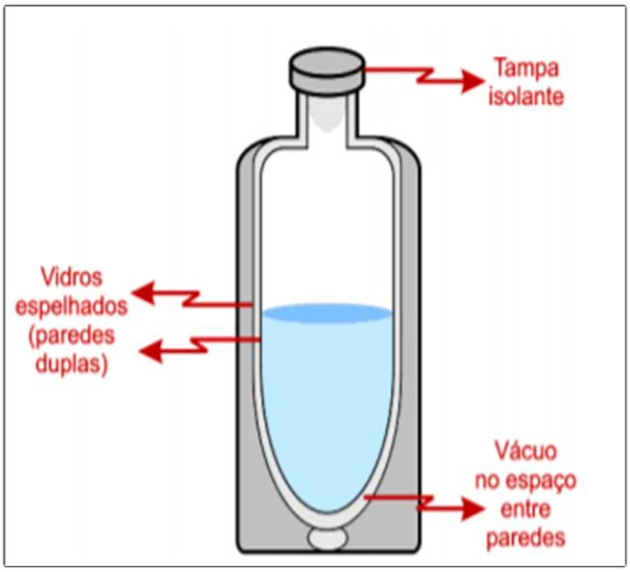


Figura 2: Garrafa Térmica
Fonte: Marques, 2009, p. 50.

3.6 EXPERIMENTO

Após a aplicação do experimento foram obtidos os seguintes valores na prática.

Tabela 1: temperatura da prática na garrafa de rosca

(Líquido quente)									
Tempo (horas)	0	12	24	36	48	60	72	84	96
Temperatura na prática (ºC)	92	70	57	50	44,5	42	38	36	35

Fonte: As autoras, 2019.

Tabela 2: Temperatura da prática na garrafa de pressão

(Líquido quente)									
Tempo (horas)	0	12	24	36	48	60	72	84	96
Temperatura na prática (ºC)	92	64	50	43	38	36	33	32	31

Fonte: As autoras, 2019.

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

Tabela 3: Temperatura da prática na garrafa de rosca

(Líquido Frio)					
Tempo (horas)	0	12	24	36	48
Temperatura na prática (ºC)	2	16	22,1	26,2	27,7

Fonte: As autoras, 2019.

Tabela 4: Temperatura da prática na garrafa de pressão

(Líquido Frio)					
Tempo (horas)	0	12	24	36	48
Temperatura na prática (ºC)	2	13,2	19,3	24,3	26,4

Fonte: As autoras, 2019.

Ao examinar os dados obtidos na prática do experimento temos em termos de conservação a garrafa do modelo de rosca como a melhor para a conservação de líquidos quentes, e para a conservação de líquidos frio o modelo de pressão foi considerado o mais adequado, pois perdeu menos calor, conservando mais a temperatura.

Após a realização do experimento aplicamos a modelagem matemática por meio da Lei de Resfriamento de Newton, para verificar se os dados obtidos na teoria seriam uma descrição aproximada e simplificada do processo real e também para comprovar qual modelo é melhor para a conservação de líquidos quentes ou frios.

3.7 CÁLCULO DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON COM LÍQUIDOS QUENTES

Dado que a temperatura média do ambiente nos dias do experimento $T_m = 27°C$ e tomando esse valor como constante durante todo o experimento temos os seguintes resultados para ambas modelos de garrafas.

Substituindo $T_0 = 92°C$ em $\{2\}$, ou seja quando o tempo inicial $t = 0$ a temperatura inicial é $T_0 = 92°C$.

$$92 = 27 + C.e^{k.0}$$

$$92 - 27 = C$$

$$C = 65$$

Portanto $\{2\}$, passa a ser:

$$T = 27 + 65.e^{k.t} \quad \{3\}$$

3.7.1 Aplicação da Lei de Resfriamento de Newton na garrafa de rosca

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

Pelo experimento após 12 horas que será o $t_1 = 1$, a temperatura do líquido era 70°C , substituindo em {3} $T_{1=}70°C$ temos:

$$70 = 27 + 65. e^{k.1}$$

$$70 - 27 = 65. e^{k}$$

$$43 = 65. e^{k}$$

$$\frac{43}{65} = e^{k}$$

$$0{,}661538 = e^{k}$$

$$\ln(0{,}661538) = ln. e^{k}$$

$k = -0{,}41319$, logo {3} será:

$T = 27 + 65. e^{-0{,}41319.t}$ {4}

Portanto {4} é a equação na qual podemos encontrar a temperatura em função do tempo na garrafa de rosca, assim ao substituirmos por qualquer tempo seja ele t_1, t_2, t_3 entre outros, podemos encontrar a temperatura do líquido contido na garrafa.

Tabela 5: Temperatura prática e teórica na garrafa de rosca

(Líquido quente)

Tempo (horas)	0	12	24	36	48	60	72	84	96
Temperatura na prática (ºC)	92	70	57	50	44,5	42	38	36	35
Temperatura na teoria (ºC)	92	70	55,4	45,8	39,4	35,2	32,4	30,6	29,4

Fonte: As autoras, 2019.

3.7.2 Aplicação da Lei de Resfriamento de Newton na garrafa de pressão

Pelo experimento após 12 horas que será o $t_1 = 1$, a temperatura do líquido era 64°C , substituindo em {3} $T_{1=}64°C$ temos:

$$64 = 27 + 65. e^{k.1}$$

$$64 - 27 = 65. e^{k}$$

$$37 = 65. e^{k}$$

$$\frac{37}{65} = e^{k}$$

$$0{,}569231 = e^{k}$$

$$\ln(0{,}569231) = ln. e^{k}$$

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological
SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

$k = -0{,}56347$, logo $\{3\}$ será:

$T = 27 + 65.e^{-0{,}56347.t}$ $\{4\}$

Portanto $\{4\}$é a equação na qual podemos encontrar a temperatura em função do tempo na garrafa de pressão, assim ao substituirmos por qualquer tempo seja ele t_1, t_2, t_3, entre outros, podemos encontrar a temperatura do líquido contido na garrafa.

Tabela 6: Temperatuta prática e teórica na garrafa de pressão

(Líquido quente)									
Tempo (horas)	0	12	24	36	48	60	72	84	96
Temperatura na prática (ºC)	92	64	50	43	38	36	33	32	31
Temperatura na teoria(º C)	92	64	48,1	39	33,8	30,9	29,2	28,3	27,7

Fonte: As autoras, 2019.

3.8 CÁLCULO DO RESFRIAMENTO DE NEWTON COM LÍQUIDOS FRIOS

Dado que a temperatura média do ambiente nos dias do experimento $T_m = 27°C$ e tomando esse valor como constante durante todo o experimento temos os seguintes resultados para ambas modelos de garrafas.

Substituindo $T_0 = 2°C$ em $\{2\}$, ou seja quando o tempo inicial $t = 0$ a temperatura inicial é $T_0 = 2°C$.

$$2 = 27 + C.e^{k.0}$$

$$2 - 27 = C$$

$$C = -25$$

Portanto $\{2\}$, passa a ser:

$T = 27 - 25.e^{k.t}$ $\{3\}$

3.8.1 Aplicação da Lei de Resfriamento de Newton na garrafa de rosca

Pelo experimento após 12 horas que será o $t_1 = 1$, a temperatura do líquido era 16°C , substituindo em $\{3\}$ $T_{1=}16°C$ temos:

$$16 = 27 - 25.e^{k.1}$$

$$16 - 27 = -25.e^{k}$$

$$-11 = -25.e^{k}$$

$$\frac{-11}{-25} = e^{k}$$

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

$$0{,}44 = e^{k}$$

$$\ln(0{,}44) = ln.\, e^{k}$$

$k = -0{,}82098$, logo $\{3\}$ será:

$$T = 27 - 25.\, e^{-0{,}82098.t} \qquad \{4\}$$

Portanto $\{4\}$ é a equação na qual podemos encontrar a temperatura em função do tempo na garrafa de rosca, assim ao substituirmos por qualquer tempo seja ele t_1, t_2, t_3 entre outros, podemos encontrar a temperatura do líquido contido na garrafa.

Tabela 7: Temperatura prática e teórica na garrafa de rosca

(Líquido Frio)					
Tempo (horas)	0	12	24	36	48
Temperatura na prática (ºC)	2	16	22,1	26,2	27,7
Temperatura na teoria (ºC)	2	16	22,2	24,9	26,1

Fonte: As autoras, 2019.

3.8.2 Aplicação da Lei de Resfriamento de Newton na garrafa de pressão

Pelo experimento após 12 horas que será o $t_1 = 1$, a temperatura do líquido era 13,2°C, substituindo em $\{3\}$ $T_{1=}13{,}2°C$ temos:

$$13{,}2 = 27 - 25.\, e^{k.1}$$

$$13{,}2 - 27 = -25.\, e^{k}$$

$$-13{,}8 = -25.\, e^{k}$$

$$\frac{-13{,}8}{-25} = e^{k}$$

$$0{,}552 = e^{k}$$

$$\ln(0{,}552) = ln.\, e^{k}$$

$k = -0{,}59421$, logo $\{3\}$ será:

$$T = 27 - 25.\, e^{-0{,}59421.t} \qquad \{4\}$$

Portanto $\{4\}$ é a equação na qual podemos encontrar a temperatura em função do tempo na garrafa de pressão, assim ao substituirmos por qualquer tempo seja ele t_1, t_2, t_3 entre outros, podemos encontrar a temperatura do líquido contido na garrafa.

Tabela 8: Temperatura prática e teórica na garrafa de pressão

(Líquido Frio)					
Tempo (horas)	0	12	24	36	48
Temperatura na prática (ºC)	2	13,2	19,3	24,3	26,4
Temperatura na teoria (ºC)	2	13,2	19,4	22,8	24,7

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

Fonte: As autoras, 2019.

3.9 GRÁFICO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

A função exponencial é determinada pelo crescimento e decrescimento muito rápido, através disso é possível estudar as quantidades associadas à curva e por essa razão é muito utilizada na Matemática e em outras ciências relacionadas com cálculos, como: Química, Biologia, Física, Engenharia, Astronomia, Economia, Geografia, entre outras. Segundo Paiva [9], " chama-se **função exponencial** toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, tal que $f(x) = a^x$, em que a a é uma constante real positiva e diferente de 1".

De acordo com essa propriedade, a função exponencial é vista como uma importante ferramenta da Matemática, envolvendo inúmeras situações cotidianas e auxiliando de forma satisfatória na obtenção de resultados que demandam uma análise quantitativa e qualitativa.

Portanto neste trabalho utilizamos a função exponencial, para mostrar o crescimento e o decrescimento das temperaturas em função do tempo a fim de encontrar e analisar a curva exponencial que as contém.

3.9.1 Gráfico da função exponencial do experimento

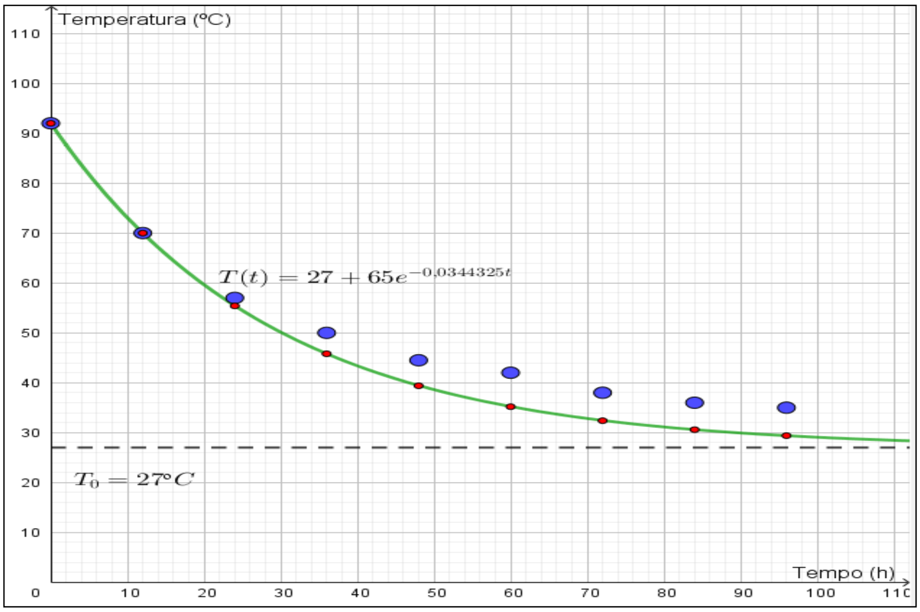


Figura 3: Curva exponencial da garrafa de rosca com líquido quente
Fonte: As autoras, 2019.

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

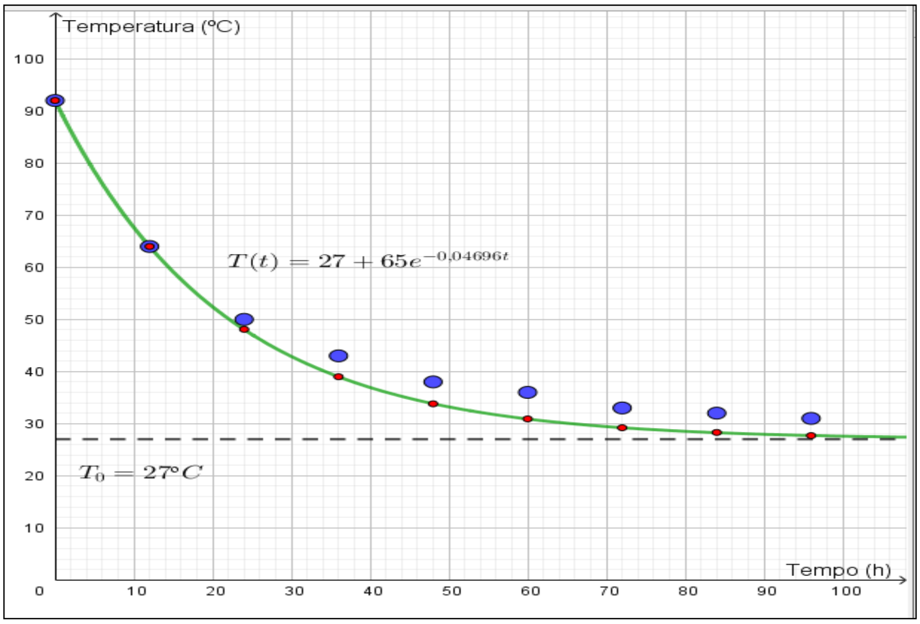


Figura 4: Curva exponencial da garrafa de pressão com líquido quente
Fonte: As autoras, 2019.

Os pontos em vermelho referem-se ao experimento na teoria pelo cálculo de resfriamento de Newton, os pontos em azul são os registros da temperatura na prática e curva exponencial é a linha da cor verde.

Nesse experimento verifica-se que, na figura 3 a garrafa de rosca chega a temperatura ambiente em aproximadamente 100 horas e na figura 4 a garrafa de pressão chega em aproximadamente 80 horas, no entanto os pontos em azul que são do experimento na prática em ambas figuras, ficaram distantes da curva, isso se dá pela troca de calor com o meio, e pela

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

variação de temperatura ambiente, que por meio da lei de resfriamento de Newton deve ser mantida como constante.

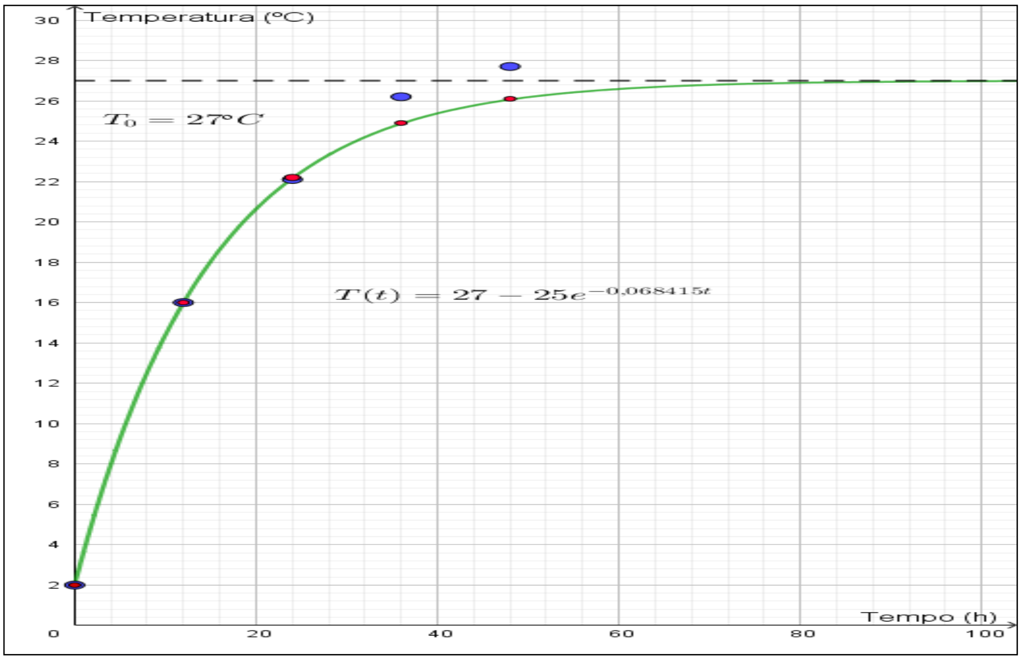


Figura 5: Curva exponencial da garrafa de rosca com líquido frio
Fonte: As autoras, 2019.

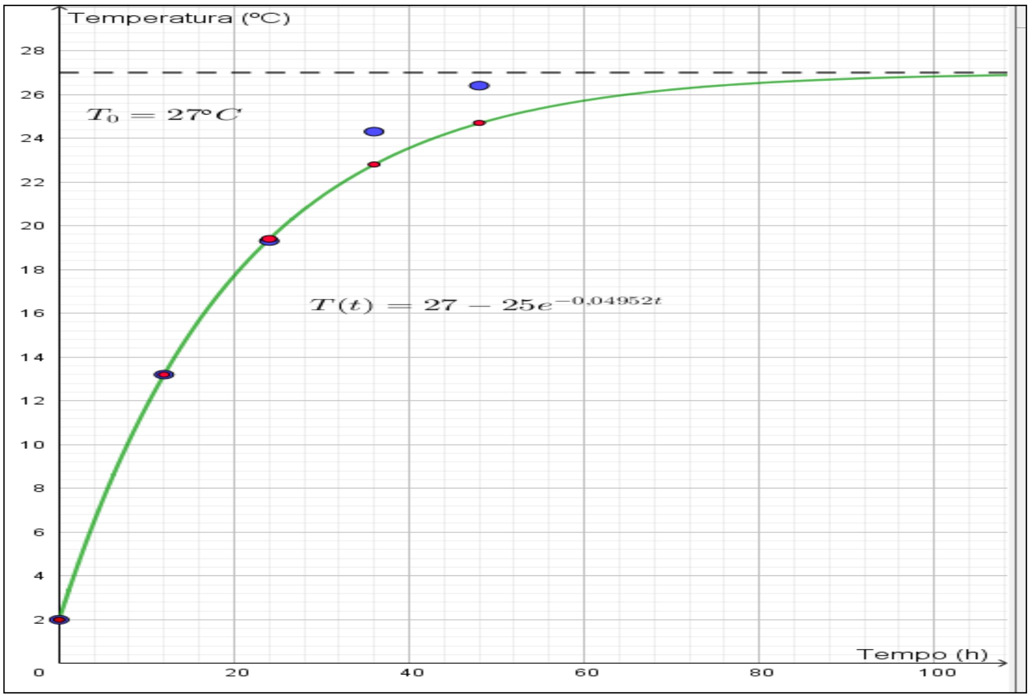


Figura 6: Curva exponencial da garrafa de pressão com líquido frio
Fonte: As autoras, 2019.

A garrafa de pressão é a mais adequada para a conservação de líquidos frios, na figura 5 observa-se que o líquido contido na garrafa chegaria na temperatura ambiente em

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

aproximadamente 60 horas e isso não aconteceu na prática, pois houve variação da temperatura do meio e também porque o líquido frio está mais perto da temperatura ambiente, fazendo com que o processo ao decorrer do tempo ocorra mais rápido do que em líquidos quentes.

Na figura 6 percebe-se que o líquido atinge a temperatura ambiente em aproximadamente 80 horas, entretanto isso não aconteceu pelos mesmo motivos da figura 5, haja visto que na prática a garrafa de rosca passou da temperatura ambiente mantida como constante durante todo o experimento e em 48 horas já estava com 27,7°C e a garrafa de pressão em 48 horas já tinha atingido a temperatura de 26,4° C.

3.10 TRATAMENTO DE ERRO

Quando temos uma situação problema, para encontrar a solução numérica é essencial a realização da modelagem matemática e seguir uma sequência de passos. E durante a efetuação destes passos, pode ocorrer uma parcela de erros que se aumenta ao longo da modelagem.

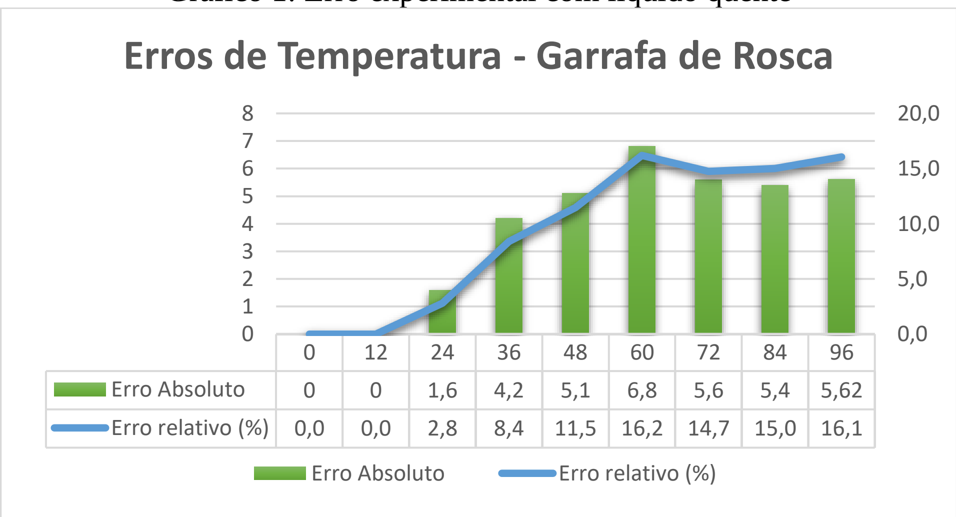
Os erros podem surgir no processo de modelagem na qual estariam relacionados à aproximação da situação física e também no processo de resolução onde ocorrem erros de truncamento e arredondamento.

> Ao se tentar representar um fenômeno do mundo físico por meio de um modelo matemático, raramente se tem uma descrição correta deste fenômeno. Normalmente, são necessárias várias simplificações do mundo físico para se tenha um modelo matemático com o qual se possa trabalhar [10].

Nos experimentos tivemos a precaução de reduzir os erros, tomando os devidos cuidados relacionados a temperatura ambiente, tentando entrar o mínimo de vezes possível no quarto, para que pudéssemos obter bons resultados quanto a análise de dados.

3.10.1 Erros de temperatura no líquido quente

Gráfico 1: Erro experimental com líquido quente

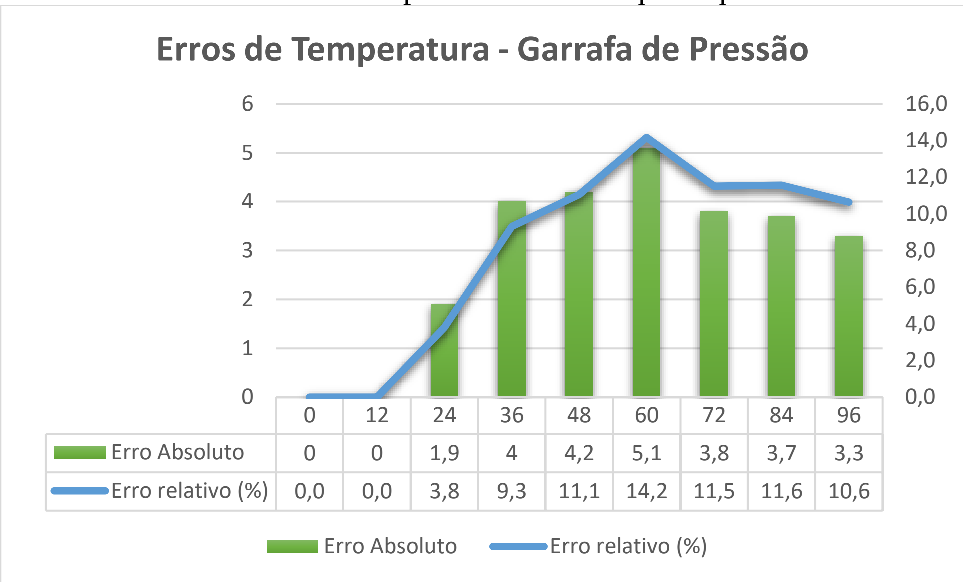


Fonte: As autoras, 2019.

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

Gráfico 2: Erro experimental com líquido quente



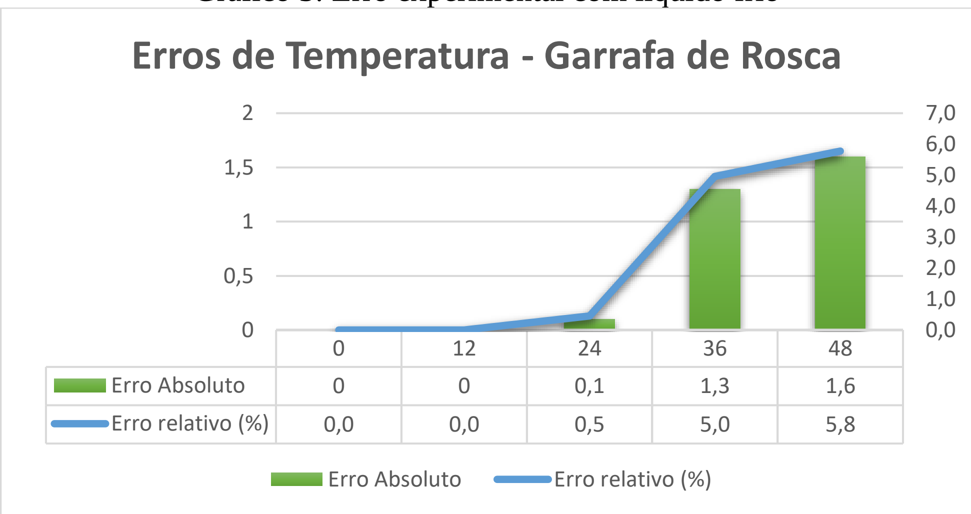
	0	12	24	36	48	60	72	84	96
Erro Absoluto	0	0	1,9	4	4,2	5,1	3,8	3,7	3,3
Erro relativo (%)	0,0	0,0	3,8	9,3	11,1	14,2	11,5	11,6	10,6

Fonte: As autoras, 2019.

No gráfico 1 podemos perceber que o erro absoluto ficou abaixo 7,0°C e o erro relativo ficou abaixo de 17%, isso significa que os valores das temperaturas registradas na prática ficaram distantes dos valores da teoria. No gráfico 2 aconteceu o mesmo, pois o erro absoluto ficou abaixo de 6,0°C e o erro relativo ficou abaixo 15%, isso expressa que os valores da prática ficaram aproximados ao do cálculo da lei de resfriamento de Newton, porém verificamos que em ambos gráficos os erros absoluto e relativo aumentam ao decorrer do tempo.

3.10.2 Erros de temperatura no líquido frio

Gráfico 3: Erro experimental com líquido frio



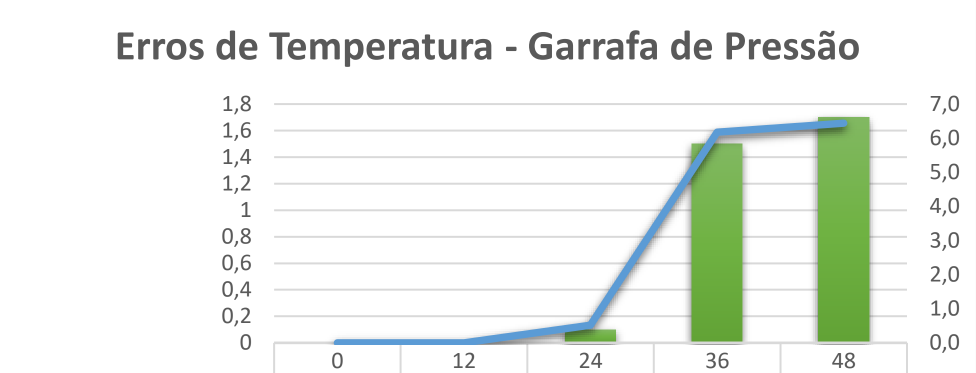
	0	12	24	36	48
Erro Absoluto	0	0	0,1	1,3	1,6
Erro relativo (%)	0,0	0,0	0,5	5,0	5,8

Fonte: As autoras, 2019.

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

Gráfico 4: Erro experimental com líquido frio



	0	12	24	36	48
Erro Absoluto	0	0	0,1	1,5	1,7
Erro relativo (%)	0,0	0,0	0,5	6,2	6,4

Fonte: As autoras, 2019.

Em relação ao líquido frio percebemos que os erros foram menores nos dois casos, mas por outro lado sua perca de caloria para o meio foi mais alta, chegando a temperatura ambiente em 48 horas, visto que para a medidas das temperaturas contávamos apenas com um termômetro digital e isso dificultava o processo de registro de temperatura uma vez que precisávamos medir primeiro uma garrafa e depois de um certo tempo a outra.

No gráfico 3 houve uma grande variação após o tempo um, o erro absoluto chegou há 1,6°C e o erro relativo chegou em 5,8%, isso significa que os erros com líquidos frios foram menores do que com líquidos quentes. No gráfico 4 os erros foram um pouco maiores chegando 1,7°C para o erro absoluto e 6,4% para o erro relativo. Assim observa-se que líquidos frios ao passar do tempo, ganham calorias com mais rapidez por estarem mais próximo da temperatura ambiente.

CONCLUSÃO

O trabalho realizado teve como finalidade comprovar que a matemática é utilizada no cotidiano das pessoas e que através dos estudos das equações diferenciais podemos formular modelos matemáticos para explicar fenômenos físicos. No questionamento sobre qual modelo de garrafa térmica é mais eficaz e o tempo em que um líquido estudado frio ou quente chega a temperatura ambiente, pode ser respondido a partir do experimento realizado, onde foi feita a junção entre a teoria e a prática na situação problema em que pode ser resolvida por meio de medições de temperaturas (prática) e a Lei de Resfriamento de Newton (teoria).

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

Após encontrados todos os valores pela teoria e a prática foi realizado uma comparação de erros absolutos e relativos, buscou-se ainda encontrar a curva exponencial para mostrar o crescimento e o decrescimento das temperaturas em função do tempo. Percebemos ainda que em um experimento existe a probabilidade de acontecer erros, seja por meio das formas de medição ou pelos instrumentos utilizados, por esse motivo fez-se um tratamento de erro para uma maior certeza nos resultados obtidos.

A partir de todo o experimento e cálculos realizados, percebemos que a conservação de líquidos quentes e frios ocorre de maneira diferentes nos modelos de garrafas térmicas, finalizamos que a garrafa de rosca conserva melhor os líquidos quentes e a garrafa de pressão têm melhor eficácia de conservação para líquidos frios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Livros:

[1] BIEMBENGUT, Maria Sallet. HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** 5.ed.1º reimpressão. São Paulo: Contexto, p. 13-17, 2010.

[2] BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. 3.ed. 2º reimpressão. São Paulo: Contexto, p.32, 2010.

[3] BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Richard C. DiPrima; tradução e revisão técnica Valéria de Magalhães Iorio. Rio Janeiro: LTC, p.23, 2010.

[4] ALMEIDA, L. M.W.; SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática em Foco**. ed. Rio de janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014.

[5] BRONSON, R.; COSTA, G. **Equações diferencias**. 3º ed. Porto Alegre: Bookman, p. 64, 2008.

[6] STEWART, James. **Cálculo:** Volume 2. 7°ed. São Paulo: Cengage Learning, p.528, 2016.

[7] BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno.** 10º ed. Rio de Janeiro: LTC, p. 42 2015.

[9] PAIVA, Manoel. **Matemática:** Volume único - Livro do Professor. São Paulo: Moderna, p. 102, 1999.

[10] BARROSO, Leonidas et al. **Calculo numérico:** Com aplicações. 2. ed. São Paulo: Harbra, p. 2, 1987.

Internet:

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6 n.2, p. 21-39, 2019. Edição ago/dez.
ISSN: 2446-4821

[8] MARQUES, Nelson L.R. **Física térmica:** Textos de apoio ao professor de física. Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física, p. 49-50, 2009. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/public/tapf/v20n5_marques_araujo.pdf>. Acesso em: 09 nov. 2018.

Enviado em: 02/04/2019- Aprovado em: 29/12/2019