SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS E RECURSOS DIGITAIS PODEM POTENCIALIZAR A APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ALGÉBRICOS?

DIDACTIC SEQUENCES AND DIGITAL RESOURCES CAN POTENTIATE THE LEARNING OF ALGEBRAIC CONCEPTS?

Laécio Nobre de Macedo[1], José Aires de Castro-Filho[2], Síntria Labres Lautert[3]
[1]Universidade Federal do Maranhão – UFMA
[2]Universidade Federal do Ceará
[3]Universidade Federal de Pernambuco

Autor correspondente: laecio@virtual.ufc.br

RESUMO

Melhorar a aprendizagem de conceitos matemáticos é um desafio constante para os professores. Nestes casos, o uso de metodologias com sequências didática e recursos digitais pode ser um aliado. Este estudo investigou o desenvolvimento de conceitos algébricos através de uma intervenção tutorada com uso de uma sequência didática e um objeto de aprendizagem chamado Balança Interativa. Participaram do estudo 40 estudantes do 7º ano de três escolas públicas da cidade de Fortaleza, Ceará, Brasil. Os alunos foram divididos em dois grupos: Grupo Controle (GC) e Grupo Experimental (GE). A investigação consistiu em: pré-teste, intervenção e pós-teste. A intervenção oferecida ao GE ocorreu em duas sessões individuais, com duração média de 45 minutos cada, com um intervalo de dois a três dias entre elas. Os testes estatísticos U de Mann-Whitney e Wilcoxon indicam que os participantes do grupo experimental apresentam desempenho superior em relação aos participantes do grupo controle na resolução de problemas e equações algébricas. Estes resultados indicam a intervenção com uso de sequência didática e recursos digitais favoreceu a aprendizagem dos conceitos algébricos de incógnita, igualdade, desigualdade e princípio de equivalência.

Palavras-chave: Sequência didática. Objetos de aprendizagem. Conceitos algébricos. Intervenção tutorada.

ABSTRACT

Improving the learning of mathematical concepts is a constant challenge for teachers. In these cases, the use of methodologies with didactic sequences and digital resources can be an ally. This study investigated the development of algebraic concepts through a tutored intervention using a didactic sequence and a learning object called Interactive Scale. The study included 40 students from 7º grade of public schools in the city of Fortaleza, Ceará, Brazil. The students were divided into two groups: Control Group (CG) and Experimental Group (EG). The research consisted of: pre-test, intervention and post-test. The intervention offered to the GE occurred in two individual sessions, with an average duration of 45 minutes each, with an interval of two to three days between them. The Mann-Whitney and Wilcoxon U statistical tests indicate that the participants in the experimental group present superior performance in relation to the participants of the control group in problem solving and algebraic equations. These results indicate the intervention using didactic sequence and digital resources favored the learning of algebraic concepts of incognito, equality, inequality and equivalence principle.

Keywords: Didactic sequence. Learning objects. Algebraic concepts. intervention.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

1. INTRODUÇÃO

A álgebra é uma importante área da Matemática, pois possibilita a resolução de problemas fora do escopo da aritmética. Entretanto, grande parte dos alunos mostra baixo desempenho em questões envolvendo o conhecimento algébrico o que constitui uma barreira para quem deseja buscar a formação acadêmica nas áreas de engenharia, ciências exatas e da terra.

Os conceitos matemáticos, bem como, os demais conceitos em outras disciplinas, não estão soltos; na verdade, estão entrelaçados. Dessa forma, ao invés de tentar estudar os conceitos como se estivessem isolados, é mais interessante estudar os campos conceituais. Para Vergnaud [1], há diferentes campos conceituais que requerem uma variedade de conceitos interligados, como por exemplo, o campo conceitual da aritmética e o campo conceitual algébrico.

Vergnaud [2], destaca essa importância:

> A álgebra é uma etapa importante na aprendizagem da Matemática. Não apenas porque requer cálculo simbólico, em um sentido e extensão, nunca visto antes pelos estudantes, mas também, porque envolve novos conceitos e teoremas. Os conceitos de equação, fórmula, função, variável não são conceitos aritméticos, mas algébricos e o mesmo é verdade para os conceitos de uma classe de números, grupos ou vetores de espaço (p.25).

A força matemática da álgebra é, particularmente, devido à polivalência de sinais e símbolos, mas estas raízes polivalentes causam dificuldades para que ela possa ser dominada com facilidade pelos estudantes. Na álgebra, os mesmos símbolos podem abrigar diferentes operações e propósitos matemáticos. Além disso, os cálculos algébricos carregam importantes reduções e equivalências que, normalmente, não estão explícitos [2].

Para Da Rocha Falcão [3] (p. 86), a álgebra é um “conjunto de conceitos e procedimentos matemáticos que permitem a representação prévia e a resolução de um determinado tipo de problema, para o qual os procedimentos aritméticos mostram-se insuficientes”. Essa conceituação proposta por Da Rocha Falcão inclui aspectos importantes do processo de resolução algébrica que o diferem do processo aritmético, tais como: o mapeamento do problema, a escrita algébrica, o procedimento de resolução e a retomada de sentido.

Segundo Da Rocha Falcão [4], enquanto na aritmética, o aluno só precisa efetuar cálculos numéricos, em álgebra, há a necessidade de mapear o problema e utilizar uma notação algébrica, usando símbolos para substituir os valores desconhecidos (incógnitas) propostos na situação-problema. As incógnitas, juntamente, com os valores conhecidos, irão compor a equação relativa à resolução do problema algébrico. Após escrever a equação referente ao problema (procedimento de resolução), o próximo passo é a redução, ou seja, passar de uma

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

equação à outra, realizando a mesma operação, em ambos os membros da equação (princípio algébrico de equivalência) até chegar à equação equivalente que levará a descoberta do valor da variável. Porém há problemas algébricos que demandam mais que apenas descobrir o valor da variável, sendo necessário a interpretação da resposta (retomada do sentido), pois esse resultado em si, nem sempre corresponde à resposta que soluciona o problema.

Diversos estudos têm sido realizados com o objetivo de investigar o pensamento algébrico [5], [6], [7]. Alguns desses estudos procuram identificar formas de ajudar os alunos na superação das dificuldades em álgebra com o suporte de sequências e materiais didáticos tais como: balança de dois pratos em situações da vida cotidiana [8], balança de dois pratos no contexto escolar [9] desenhos ou diagramas [10], problemas verbais [11] e sequências didáticas [5]. Em geral, esses estudos têm como foco a introdução da álgebra já nas séries iniciais (*early algebra*) do Ensino Fundamental.

As principais dificuldades dos alunos em relação a álgebra são: compreender o significado do sinal de igualdade como uma relação; a manipulação dos símbolos e a compreensão do princípio de equivalência algébrica. O uso de sistemas computacionais pode favorecer a manipulação simultânea de símbolos e representações e, portanto, favorecer o desenvolvimento de significados. Há estudos com uso de *software* educativo como *Logo* [12] e *SimCalc*[1] [13]. Os pesquisadores verificaram a contribuição desses suportes didáticos para a compreensão de conceitos algébricos. Entretanto, tais materiais são de difícil acesso (caso do *SimCalc*) e utilização, pois requerem treinamento.

Outros trabalhos têm desenvolvido estudos empíricos sobre a utilização de um objeto de aprendizagem (OA)[2] intitulado Balança Interativa[3] para favorecer conceitos algébricos [14]. Todavia, nestes estudos, não foi realizada uma investigação experimental com uso de grupo controle e experimental, com pré-teste e pós-teste e uso de testes estatísticos para verificar se houve melhora significativa no desempenho dos alunos.

O presente estudo nasceu das seguintes questões: como inserir um objeto de aprendizagem digital em uma sequência didática desenvolvida para o ensino de equações do 1ª grau? Quais os possíveis ganhos cognitivos obtidos pelos usuários desta sequência didática na resolução de problemas e equações algébricas? A pesquisa tem por objetivo investigar os efeitos de uma intervenção tutorada, com a utilização de uma sequência didática, na qual o estudante

[1] http://www.kaputcenter.umassd.edu/products/software/.
[2] Uma discussão aprofundada de objeto de aprendizagem foge do escopo desse artigo. Entretanto, de modo geral, pode se definir OA como um recurso digital usado como suporte em situações de ensino e de aprendizagem [17].
[3] Disponível em: http://www.proativa.virtual.ufc.br/oa/balanca/balanca.html.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

será desafiado a refletir sobre sua ação e encorajado a desenvolver estratégias próprias do pensamento algébrico durante a resolução de equações do lº grau.

A seguir, descreve-se o método adotado no estudo.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Intervenção de natureza tutorada que de acordo com Spinillo e Lautert [15] é uma intervenção explícita de algo, em que o adulto tem um papel ativo, fornecendo *feedback* e explicações sobre a resposta do aprendiz, explicitando regras, enfatizando aspectos relevantes da situação que se deseja ensinar, corrigindo soluções, hipóteses inadequadas e propondo modelos mais eficientes de resolução de uma determinada situação-problema, sem que isto restrinja o papel dos indivíduos-aprendizes neste processo.

A intervenção tutorada está ancorada nos seguintes pressupostos: (i) desafiar o participante a pensar sobre a natureza das atividades e sobre o seu raciocínio frente às tarefas; (ii) dirigir a atenção do participante para os aspectos relevantes de uma dada situação, tornando-os explícitos; (iii) fornecer *feedback* acerca do acerto ou erro; (iv) apresentar contra-argumentos para gerar conflitos cognitivos que levem à reflexão sobre o conceito em foco e (v) solicitar ao participante a explicação de suas formas de raciocinar e proceder [16].

Em outras palavras, nesse tipo de intervenção, o examinador, geralmente, um adulto, procura acionar mecanismos psicológicos relevantes e envolver aspectos cruciais do conceito ou habilidade que deseja desenvolver, a fim de propiciar a compreensão do mesmo. Embora a assistência do examinador seja mais explícita na intervenção tutorada, isso não significa que o estudante (aprendiz) seja considerado um receptor de informações. Na verdade, ele participa ativamente, “[...] interagindo com o adulto, realizando algo, solucionando uma situação-problema, emitindo julgamentos, testando hipóteses, etc.” [15] (p. 301).

A intervenção tutorada se diferencia de outras formas de intervenção por propiciar maneiras de desenvolver e ampliar os limites do raciocínio dos estudantes, evocando um processo cognitivo de maior importância para a aprendizagem: a metacognição. Esta tem sido definida como a “habilidade do indivíduo em tomar seu próprio pensamento como objeto de análise e reflexão, sendo um processo intelectual que envolve, dentre outros aspectos, a consciência sobre os atos e processos de conhecer e de raciocinar em uma dada situação” [16] (p. 79).

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

2.1 PARTICIPANTES

Quarenta estudantes do 7º ano de escolas públicas da cidade de Fortaleza com a média de idade de 12 anos e 7 meses. Tal escolha ocorreu por ser este o ano no qual os professores iniciam formalmente o ensino da Álgebra.

2.2 MATERIAL

O estudo utilizou o OA Balança Interativa que visa introduzir conceitos algébricos como equação e incógnita. O OA possui dez níveis. Os níveis 1 a 5 usam uma metáfora da balança de dois pratos com pesos conhecidos e desconhecidos para representar conceitos algébricos de forma icônica (Figura 1).

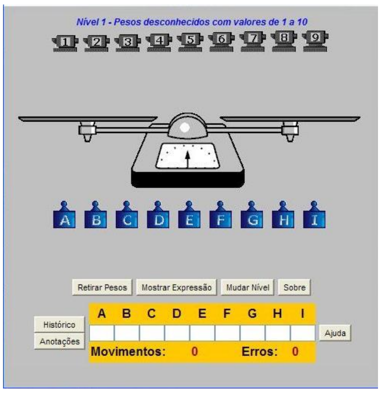


Figura 1. Representação Icônica (Fonte: Proativa [18])

Nos níveis 6 ao 10, a representação icônica é substituída pela representação simbólica levando o estudante a se familiarizar com as equações algébricas (Figura 2).

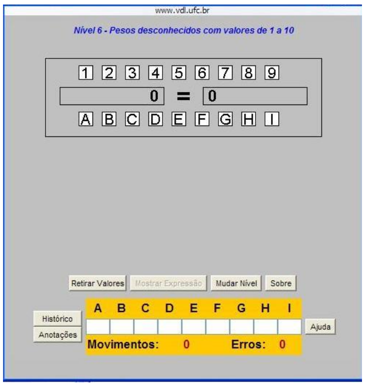


Figura 2. Representação Simbólica (Fonte: Proativa [18])

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

2.3 PROCEDIMENTOS

O estudo foi composto de três fases: pré-teste, intervenção e pós-teste. Após a aplicação de um pré-teste, os participantes foram alocados em dois grupos: controle (GC), que não sofreu intervenção e experimental (GE) submetido à intervenção proposta na pesquisa.

Os pré e pós-testes foram aplicados individualmente a todos os participantes e eram compostos por situações-problema e equações, com diferentes estruturas algébricas, produzidas a partir da pesquisa realizada por Lins Lessa[4][9] que tinha como objetivo avaliar o conhecimento algébrico antes e depois da intervenção. O Pós-teste foi aplicado 3 a 4 semanas após a realização do pré-teste. As situações-problemas e as equações foram semelhantes nos dois testes, diferindo quanto aos pares numéricos e referentes apresentados.

Os estudantes do GE participaram de uma intervenção em duas sessões, individuais, com duração média de 45 minutos cada, com um intervalo de dois a três dias entre elas. Esta consistiu em uma sequência didática com uso do OA Balança Interativa e situações-problemas que exploravam os conceitos de incógnita, igualdade, desigualdade e princípio de equivalência algébrica. Três atividades foram propostas em duas sessões:

2.3.1 Primeira Sessão

Atividade 1: Situações propostas nos níveis 1 a 5 do Balança Interativa;

Atividade 2: Duas equações do Balança Interativa com representação icônica (Figura 3);

Atividade 3: Duas situações-problema envolvendo estruturas algébricas e resolvidas com uso de lápis e papel.

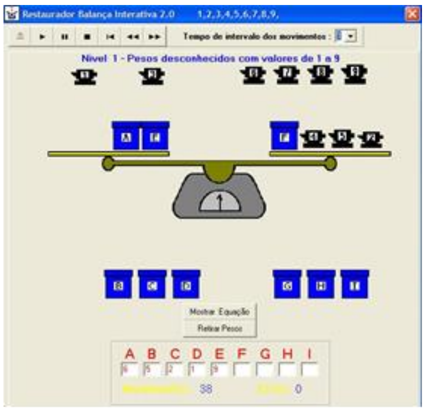


Figura 3. Atividade 2 da Sessão 1

[4] As estruturas do estudo de Lins Lessa (1996) são: (1) ax + b = c; (2) ax + bx = c; (3) x + a = bx; (4) ax + b = cx + d; (5) ax + b = ax + cy + d; (6) ax + by + c = dx + by + e.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

2.3.2 Segunda Sessão

Atividade 4: Situações propostas nos Níveis 6 a 10 do Balança Interativa;

Atividade 5: Duas equações do Balança Interativa com representação simbólica (Figura 4);

Atividade 6: Duas situações-problema envolvendo estruturas algébricas e resolvidas com lápis e papel.

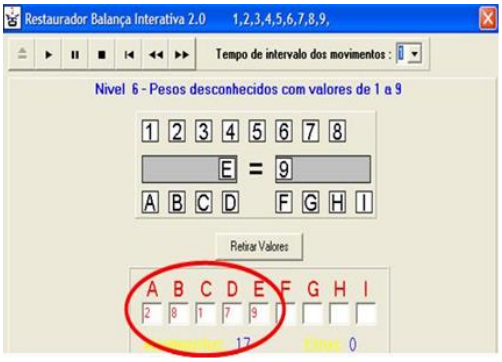


Figura 4. Atividade 2 da Sessão 2

Durante a resolução das atividades no OA ou no papel, o examinador pedia explicações ao estudante sobre sua forma de resolução, com o objetivo de chamar a atenção para aspectos invariantes que estavam presentes na resolução de uma equação, tornando-os explícitos. Além disso, fornecia *feedback* acerca do acerto ou erro, acompanhados de explicações, exemplos, contraexemplos e contra-argumentos, com a intenção de levar o estudante à reflexão sobre a sua forma de proceder para resolver a situação.

3. ANÁLISE DOS DADOS

Os dados foram analisados sob dois aspectos: desempenho (número de acertos) e forma de resolução. No desempenho, a pontuação nas situações-problema e equações no pré e no pós-testes foi classificada em: *zero ponto* - não resolve a situação-problema ou a equação algébrica, deixando a questão em branco; *um ponto* - resolve o problema ou a equação algébrica de forma inadequada, ou seja, não fornece a resposta correta. Foram incluídas nessa categoria as tentativas de resolução que culminaram na desistência do procedimento que estava sendo realizado; *dois pontos* - resolve a situação-problema ou a equação algébrica de forma adequada, apresentando a resposta correta.

Na análise dos protocolos foi identificado quatro tipos diferentes de procedimentos de resolução:

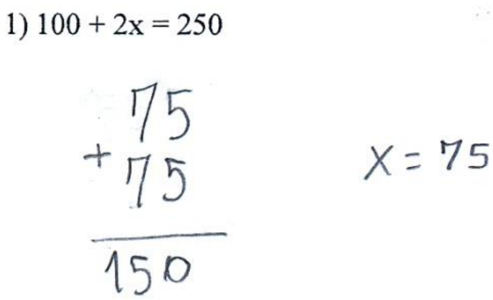
Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

Tipo 1 (ausência de resolução) – o estudante deixa a questão em branco e não explicita como o problema ou a equação poderiam ser resolvidos.

Tipo 2 – cálculo mental – o estudante apresenta só o resultado da questão, sabe explicar como pensou, mas desconhece o algoritmo de resolução. Estão incluídas nesta categoria todas as questões com ausência de cálculos.

Tipo 3 – cálculo aritmético – o estudante utiliza operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação e divisão) para resolver a questão. Nesta categoria estão incluídas também as respostas em que o aluno atribuía um determinado valor a incógnita e realizava testes para saber se estes valores eram verdadeiros como exemplificado na Figura 5.

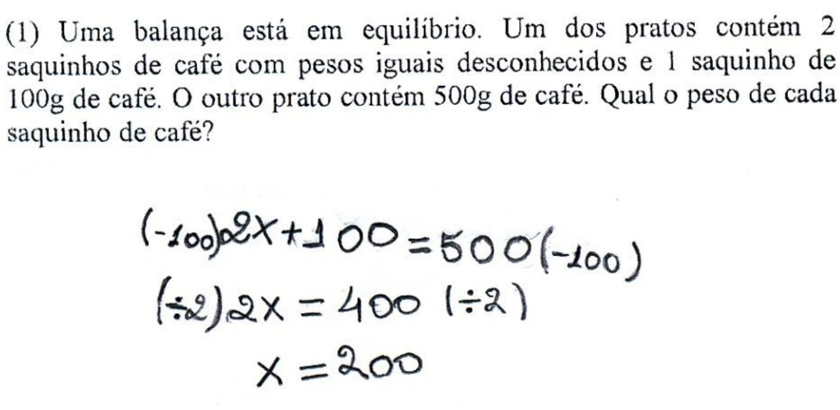


1) $100 + 2x = 250$

$$\begin{array}{r} 75 \\ +\ 75 \\ \hline 150 \end{array} \qquad x = 75$$

Figura 5. Resolução por cálculo aritmético

Tipo 4 – cálculo algébrico – o estudante utiliza a manipulação algébrica (efetua a mesma operação em ambos os membros da equação) ou utiliza as regras algébricas formais (separar os termos com incógnitas dos termos sem incógnita) ensinadas na escola, como mostrado na Figura 4



(1) Uma balança está em equilíbrio. Um dos pratos contém 2 saquinhos de café com pesos iguais desconhecidos e 1 saquinho de 100g de café. O outro prato contém 500g de café. Qual o peso de cada saquinho de café?

$$(-100)\ 2x + 100 = 500\ (-100)$$
$$(\div 2)\ 2x = 400\ (\div 2)$$
$$x = 200$$

Figura 4. Resolução por cálculo algébrico

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

O desempenho (número de acertos) e o tipo de procedimento foram comparados através de dois testes estatísticos: U de Mann-Whitney (entre grupos) e Wilcoxon (intergrupos).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente será apresentado o desempenho (número de acertos) dos participantes verificado na resolução das situações-problemas e das equações e em seguida os tipos de procedimentos utilizados pelos dois grupos (GC e GE), tanto no pré-teste quanto no pós-teste.

4.1 ANÁLISE DO DESEMPENHO

A Tabela 1 apresenta o número e percentual de acertos no pré e pós-teste. No pré-teste, os participantes apresentaram um desempenho semelhante quanto ao número de acertos (GC: 45% e GE: 40%), bem como, de respostas que obtiveram a pontuação um (GC: 19% e GE: 26%) e pontuação zero (GC: 36% e GE: 34%), não diferindo significativamente. Tais resultados foram confirmados pelo teste U de Mann-Whitney ($Z = -0.217$; $p = 0.414$). No pós-teste, observa-se uma melhora no desempenho dos dois grupos. Tal fato, possivelmente, ocorreu porque o grupo controle estava iniciando o ensino formal de álgebra e tiveram aulas sobre o assunto com a professora, o que pode ter influenciado na melhoria de desempenho do GC. Entretanto, os participantes do grupo experimental, submetidos à intervenção, tiveram um desempenho superior quando comparados aos participantes do grupo controle (GC: 48% e GE: 92%) no pós-teste, sendo essa diferença detectada pelo teste U de Mann-Whitney ($Z = -5.057$; $p = 0.000$).

Comparações entre o pré-teste e pós-teste, em cada grupo, foram realizadas através do teste Wilcoxon. O desempenho dos participantes do grupo controle nas duas ocasiões de testagem foi semelhante (Pré: 45% e Pós 48%), não havendo uma diferença significativa entre o pré-teste e o pós-teste ($Z = -0.390$; $p = 0.348$). No grupo experimental, entretanto, foi contatado que os participantes tiveram um desempenho superior na ocasião do pós-teste (92%) quando comparado ao pré-teste (40%), sendo essa diferença detectada pelo teste Wilcoxon ($Z = -3.923$; $p = 0.000$). Observa-se, ainda, que os participantes do grupo experimental tentam resolver todos os itens na ocasião do pós-teste, mesmo que seja de forma inadequada; o que não ocorria, anteriormente, na ocasião do pré-teste.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological
SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

Tabela 1. Frequência e percentual (entre parênteses) de desempenho geral por grupo (GC e GE) no pré-teste e pós-teste

PONTUAÇÃO	GRUPO CONTROLE (nrp= 240)*		GRUPO EXPERIMENTAL (nrp= 240)*	
	Pré	**Pós**	**Pré**	**Pós**
Zero	**88** (36%)	**98** (41%)	**82** (34%)	**0** (0%)
Um	**45** (19%)	**26** (11%)	**63** (26%)	**19** (8%)
Dois	**107** (45%)	**116** (48%)	**95** (40%)	**221** (92%)

*nrp = número de respostas possíveis

A Tabela 2 apresenta-se o desempenho dos dois grupos (GC e GE) nas situações-problemas no pré e no pós-testes. No pré-teste, os dois grupos apresentam desempenho semelhante quando resolvem problemas algébricos. O grupo controle apresenta um percentual menor de questões que receberam pontuação um quando comparado ao grupo experimental (GC: 17% e GE: 27%); por outro lado, o grupo experimental teve um percentual menor de questões com pontuação zero (GC: 29% e GE: 24%). Em relação à pontuação dois (resposta correta) os dois grupos (GC e GE) apresentaram desempenhos semelhantes (GC: 54% e GE: 49%). O teste U de Mann-Whitney confirma que os grupos não diferem, significativamente, no pré-teste ($Z = -0.178$; $p = 0.429$). No pós-teste, os dois grupos apresentaram mais respostas corretas que no pré-teste. Entretanto, os estudantes submetidos à intervenção (GE) apresentam um percentual maior de respostas corretas quando comparadas ao grupo controle (GC: 60% e GE: 91%). Além disso, os estudantes do GE não apresentam respostas em branco (GE: 0% e GC: 28%). O teste U de Mann-Whitney indicou que os grupos diferem de forma significativa no pós-teste, observando-se um desempenho superior do grupo experimental em relação ao grupo controle ($Z = - 4.949$; $p = 0.000$).

Comparações entre o pré-teste e pós-teste em cada grupo foram feitas através do teste Wilcoxon. Os participantes do GC melhoraram o desempenho na resolução de problemas algébricos (Pré: 54%, Pós: 60%), porém esta diferença não foi significativa ($Z = -0.781$; $p = 0.217$). Diante das mesmas questões os participantes do grupo experimental tiveram melhora de desempenho (Pré: 49%, Pós: 91%) de forma significativa ($Z = -3.939$; $p = 0.000$).

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

Tabela 2. Frequência e percentual (entre parênteses) de desempenho nos problemas algébricos por grupo (GC e GE) no pré-teste e pós-teste

PONTUAÇÃO	GRUPO CONTROLE (nrp = 120)*		GRUPO EXPERIMENTAL (nrp = 120)*	
	Pré	**Pós**	**Pré**	**Pós**
Zero	**35** (29%)	**34** (28%)	**29** (24%)	**0** (0%)
Um	**20** (17%)	**14** (12%)	**32** (27%)	**11** (9%)
Dois	**65** (54%)	**72** (60%)	**59** (49%)	**109** (91%)

*nrp = número de respostas possíveis

O desempenho nas equações algébricas no pré-teste e pós-teste em relação aos grupos é apresentado na Tabela 3. Os dois grupos apresentam desempenhos semelhantes no pré-teste (pontuação zero - GC e GE: 44%; pontuação um - GC: 21% e GE: 26% e pontuação dois - GC: 35% e GE: 30%). O teste U de Mann-Whitney não detectou diferenças significativas entre os grupos na ocasião do pré-teste (Z = - 0.178; p = 0.429).

Os resultados do pós-teste indicam que os participantes do GC aumentaram o número de respostas corretas (Pré: 35% e Pós: 37%) e o número de respostas que receberam pontuação zero (Pré: 44% e Pós: 53%), diminuindo o número de respostas com pontuação um (Pré: 21% e Pós: 10%). No GE os participantes aumentaram o número de respostas corretas (Pré: 30% e Pós: 93%), diminuíram o número de respostas que receberam pontuação um (Pré: 26% e Pós: 7%) e não apresentaram respostas com pontuação zero (Pré: 44% e Pós: 0%). O teste U de Mann-Whitney confirma que os grupos diferem, significativamente, no pós-teste (Z = - 4.949; p = 0.000) com vantagem a favor do grupo experimental.

Comparações entre o pré-teste e pós-teste em cada grupo foram feitas através do teste Wilcoxon. Não foram detectadas diferenças, significativas, entre o pré-teste e o pós-teste dos participantes do grupo controle (Z = -0.781; p = 0.217). Entretanto, no GE, foram detectadas diferenças, significativas, entre o pré-teste e o pós-teste (Z = -3.939; p = 0.000). Isso ocorreu porque no pré-teste havia um percentual elevado de questões em branco, que receberam pontuação zero (44%), e de respostas que receberam pontuação um (26%). Após a intervenção, os estudantes do GE ampliaram o percentual de respostas corretas (30% para 93%), diminuíram o número de respostas que receberam pontuação um (26% para 7%) e não deixaram questões em branco, demonstrando ter adquirido uma maior compreensão acerca das expressões algébricas, indicando um efeito positivo da intervenção realizada.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

Tabela 3. Frequência e percentual (entre parênteses) de desempenho nas equações algébricas por grupo (GC e GE) no pré-teste e pós-teste

PONTUAÇÃO	GRUPO CONTROLE (nrp = 120)*		GRUPO EXPERIMENTAL (nrp = 120)*	
	Pré	**Pós**	**Pré**	**Pós**
Zero	**53** (44%)	**64** (53%)	**53** (44%)	**0** (0%)
Um	**25** (21%)	**12** (10%)	**31** (26%)	**8** (7%)
Dois	**42** (35%)	**44** (37%)	**36** (30%)	**112** (93%)

*nrp = número de respostas possíveis

Além do crescimento significativo no acerto das questões do grupo experimental, também se verificou uma melhoria nos tipos de procedimentos realizados para resolver os problemas e equações algébricas.

Estudos realizados por Vergnaud [19], indicaram que as Estruturas 1 e 2 são, demasiadamente simples e nesse contexto, o uso da ferramenta algébrica seria desnecessária. Portanto, o elevado número de acerto nas questões modelizadas pelas Estruturas 1 e 2 neste estudo corrobora com as descobertas feitas por Gérard Vergnaud que os estudantes podem responder a estas questões adotando procedimentos aritméticos.

No pré-teste, observa-se que nas questões (P3 e E3), modelizada pela Estrutura 3, têm início com uma queda no número de acertos dos dois grupos que vai se acentuando até chegar as questões finais. Estudos anteriores apontam ser nessa estrutura (incógnita x nos dois lados da igualdade) onde acontece, verdadeiramente, a ruptura entre o pensamento aritmético e o pensamento algébrico [19].

Em relação às questões com menor frequência de acertos, no pré-teste, foram detectados os problemas (P5 e P6) e as equações algébricas (E5 e E6) todos modelizados pelas Estruturas 5 e 6. Tal resultado, já era esperado no pré-teste, devido à complexidade própria dessas estruturas e ao fato de os alunos, ainda, não terem iniciado o ensino formal de equações do 1º grau na escola.

Contudo, no pós-teste, dados da Tabela 4 indicam que os alunos do grupo controle tiveram um desempenho semelhante em relação ao pré-teste. Estes se saíram bem nos problemas (P1 e P2) e nas equações (E1 e E2). Todavia, continuaram com fraco desempenho nos problemas (P5 e P6) e nas equações (E5 e E6). Já em relação ao desempenho do grupo experimental, consta-se que eles aumentam o número de respostas corretas em todas as estruturas e as resolvem por procedimentos algébricos. Tais resultados, mostram que os alunos que participaram da

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SOUTH AMERICAN JOURNAL
of Basic Education, Technical and Technological
SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

intervenção (GE) demonstram ter adquirido uma maior compreensão acerca das situações envolvendo álgebra, indicando um efeito positivo da intervenção realizada.

4.2 ANÁLISE DOS PROCEDIMENTOS

Na ocasião do pré-teste, os dois grupos não utilizaram o procedimento do *Tipo 4* (algébrico) e apresentaram um número elevado de questões sem resolução (Tipo 1, GC: 39% e GE: 34%) e de procedimentos aritméticos (Tipo 3, GC: 34% e GE: 42%).

No pré-teste os estudantes do GC apresentam um elevado percentual de questões sem respostas (39%), seguido do cálculo aritmético (34%) e do cálculo mental (27%). Já o GE utilizou mais o procedimento cálculo aritmético (42%), seguido de questões em branco (34%) e do cálculo mental (24%). O teste U de Mann-Whitney indica que não há diferença significativa entre os grupos em relação aos quatro tipos de procedimentos utilizados no pré-teste: *Tipo 1* (Z = -0.572; p = 0.283); *Tipo 2* (Z = -0.698; p= 0.242); *Tipo 3* (Z = -0.639; p = 0.261) e *Tipo 4* (Z = -0.000; p = 1.000).

Na ocasião do pós-teste, constata-se que o grupo experimental resolveu todas as questões, através da representação algébrica (GE: 100%), enquanto, o grupo controle continua adotando procedimentos aritméticos (31%) e cálculo mental (26%) além de apresentarem um número maior de questões sem resposta (41%). Somente 2% das respostas usam procedimentos algébricos. O teste U de Mann-Whitney indica que há diferenças significativas entre os grupos em relação aos quatro tipos de procedimentos utilizados na ocasião do pós-teste: *Tipo 1* (Z = - 5.796; p = 0.000); *Tipo 2* (Z = - 4.895; p = 0.000); *Tipo 3* (Z = -5.113; p = 0.000) e *Tipo 4* (Z = -6.054; p = 0.000).

Comparações entre o pré-teste e pós-teste em cada grupo foram feitas através do teste Wilcoxon. Os participantes do GC na ocasião do pós-teste continuam apresentando procedimentos semelhantes aos apresentados no pré-teste. Um número elevado de respostas em branco (Pré: 39% e Pós: 41%), seguido do cálculo aritmético (Pré: 34% e Pós: 31%), cálculo mental (Pré: 27% e Pós: 26%) e procedimentos algébricos (Pré: 0% e Pós: 2%). O teste Wilcoxon comprova que o GC não apresenta diferença significativa nos procedimentos entre o pré-teste e o pós-teste nas formas de resolução: *Tipo 1* (Z = -0.661; p = 0.254); *Tipo 2* (Z = - 0.078; p = 0.469); *Tipo 3* (Z = -0.719; p = 0.236) e *Tipo 4* (Z = -1.633; p = 0.051).

Em relação ao grupo experimental, após a intervenção, todos os participantes adotaram procedimentos algébricos, tanto para os problemas quanto para as equações mesmo quando erravam a resposta. O teste Wilcoxon detectou diferenças significativas entre o pré-teste e o

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

pós-teste entre todos os tipos de procedimentos: *Tipo 1* (Z = - 3.632; p = 0.000); *Tipo 2* (Z = - 3.529; p = 0.000); *Tipo 3* (Z = -3.627; p = 0.000) e *Tipo 4* (Z = - 4.472; p = 0.000).

Tabela 4. Frequência e percentual (entre parênteses) geral dos tipos de procedimentos aplicados nos problemas do pré-teste e pós-teste pelos grupos controle e experimental

GRUPOS	FASE	TIPOS DE PROCEDIMENTOS			
		Tipo 1	**Tipo 2**	**Tipo 3**	**Tipo 4**
GC (nrp=240)*	Pré	**93** (39%)	**66** (27%)	**81** (34%)	**0** (0%)
	Pós	**98** (41%)	**64** (26%)	**74** (31%)	**4** (2%)
GE (nrp=240)*	Pré	**82** (34%)	**58** (24%)	**100** (42%)	**0** (0%)
	Pós	**0** (0%)	**0** (0%)	**0** (0%)	**240** (100%)

*nrp = número de respostas possíveis

Outra análise realizada foi uma comparação entre os procedimentos utilizados pelos participantes (GC e GE) tanto na resolução de problemas, quanto na resolução das equações algébricas, no pré e pós-testes (Tabela 5).

No pré-teste, o tipo de procedimento mais utilizado para resolver os problemas algébricos foi o aritmético (GC: 34% e GE: 42%) seguido pelo procedimento cálculo mental (GC: 34% e GE: 34%). Já na resolução das equações algébricas o que predominou foram as respostas em branco (GC: 44% e GE: 44%) e em seguida o procedimento aritmético (GC: 34% e GE: 40%). O procedimento algébrico não foi utilizado em nenhum momento pelos dois grupos no pré-teste. No pós-teste, o GC deixa um número elevado de questões sem resposta (*Tipo 1*) com frequência maior nas equações (52%) quando comparado aos problemas (28%). Já os procedimentos de cálculo mental e aritmético são adotados com maior frequência nos problemas. Por outro lado, os estudantes que foram submetidos à intervenção (GE) passaram a adotar o procedimento algébrico, independente da estrutura apresentada, nos problemas do pós-teste.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

Tabela 5. Frequência e percentual (entre parênteses) dos tipos de procedimentos adotados no pré-teste e pós-teste pelos grupos (GC e GE) nos problemas e equações

GRUPOS	FASE	TIPOS DE PROCEDIMENTOS							
		Tipo 1		Tipo 2		Tipo 3		Tipo 4	
		Problema	Equação	Problema	Equação	Problema	Equação	Problema	Equação
GC	Pré	**39** (32%)	**54** (44%)	**40** (34%)	**26** (22%)	**41** (34%)	**40** (34%)	**0** (0%)	**0** (0%)
	Pós	**34** (28%)	**64** (52%)	**38** (32%)	**26** (22%)	**48** (40%)	**26** (22%)	**0** (0%)	**4** (4%)
GE	Pré	**28** (24%)	**54** (44%)	**41** (34%)	**17** (16%)	**51** (42%)	**49** (40%)	**0** (0%)	**0** (0%)
	Pós	**0** (0%)	**0** (0%)	**0** (0%)	**0** (0%)	**0** (0%)	**0** (0%)	**120** (100%)	**120** (100%)

Os resultados indicam que a intervenção auxiliou os estudantes a desenvolverem uma compreensão mais apropriada sobre os conceitos algébricos, dado aos avanços expressivos do GE do pré-teste para o pós-teste, tanto nas situações-problemas quanto nas equações, fato que não foi observado entre aos participantes do GC. Os resultados do GE apontam para um efeito positivo da intervenção realizada que propiciou mudanças do ponto de vista psicológico na forma como os estudantes abordam os problemas e as equações algébricas apresentadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em uma pesquisa de intervenção, os dados obtidos no pré-teste servem para direcionar as atividades que serão desenvolvidas com o objetivo de proporcionar aos participantes ganhos qualitativos em relação ao nível inicial em que estavam na ocasião do pré-teste. Neste caso, o pré-teste exerce o papel de uma avaliação diagnóstica ao indicar, ao pesquisador, onde os alunos têm maiores dificuldades na compreensão de um determinado conceito [15]. Diante disso, o papel do experimentador é traçar estratégias pedagógicas que levam os alunos a superação das dificuldades apresentadas na compreensão dos invariantes algébricos como foram realizadas nesta investigação.

Diante dos resultados apresentados no pré-teste, o experimentador optou por desenvolver atividades que levassem os alunos a entender o princípio de equivalência algébrica (efetuar a mesma operação nos dois membros da equação) e, consequentemente, melhorar o desempenho dos estudantes na resolução de equações e problemas cujas estruturas exigissem o uso da ferramenta algébrica, tais como as Estruturas 3, 4, 5 e 6.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

As Atividades 3 e 4 apresentam situações-problema cuja resolução exige o uso da ferramenta algébrica. A Atividade 3 apresenta a Estrutura 5 (ax + b = ax + cy + d), enquanto a Atividade 6 tem como base a Estrutura 6 (ax + by + c = dx + by + e). Os dados de pré-teste indicaram ser nestas estruturas onde os alunos apresentaram maiores dificuldades de compreensão, especialmente, nas equações algébricas.

Os resultados do estudo permitem concluir que é possível a inserção de um objeto de aprendizagem em uma sequência didática, para o ensino de conceitos algébricos ou outro conteúdo, mas para que essa tarefa tenha sucesso é importante que o professor tenha atenção a alguns detalhes: (i) conhecer bem o objeto de aprendizagem que vai aplicar, uma vez que os OA não contemplam todos os invariantes de um campo conceitual; (ii) desenvolver atividades complementares que contemplem os invariantes não cobertos pelo OA; (iii) o professor precisa acompanhar os estudantes durante a aplicação da sequência didática para ajudar na superação dos possíveis obstáculos; (iv) fazer um fechamento da atividade ao final da sequência proposta para identificar as descobertas e dúvidas dos participantes.

Os dados indicam que é viável o uso de ferramentas digitais em combinação com outros recursos que possibilitem ao aluno estabelecer a relação entre teoria e prática. Ao fazer isso o professor deve levar em conta não apenas os materiais em si, mas, principalmente, o uso de situações significativas que buscam estabelecer uma relação entre a situação virtual e a situação concreta. Em síntese, não é o tipo de material utilizado que determina o sucesso do professor na ação pedagógica, e sim o conjunto de atividades traçadas em função das necessidades de aprendizagem de cada aluno.

Destaca-se o papel do examinador, ao fazer questionamentos, pedindo para os alunos esclarecerem seu pensamento. Dessa forma, o planejamento cuidadoso, o acompanhamento pessoal e uma avaliação conjunta de cada atividade servem como uma ponte para estabelecer as relações necessárias entre as diferentes situações, tornando-as significativas para o aluno.

Durante as entrevistas clínicas, nas sessões de intervenção e no pós-teste, os participantes explicitaram a compreensão de invariantes como o princípio de equivalência, equação e incógnita. A compreensão destes princípios é fundamental para a aprendizagem de equações do 1ª grau e devem ser explorados e explicitados no contexto escolar quando se deseja ensinar álgebra.

O uso de situações-problema, durante as sessões de intervenção, oportunizou a representação simbólica, passo inicial para o procedimento algébrico durante a resolução de problemas. Esta situação permitiu aos participantes do grupo experimental descobrir como

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

representar, simbolicamente, uma equação com duas incógnitas (x e y) e realizar a redução desta equação – através do princípio de equivalência – até encontrar a equação reduzida do tipo ax = b. A compreensão desse processo permite a resolução diferentes tipos de problemas algébricos.

Além disso, verificou-se que foi possível levar os alunos do GE a transpor uma situação virtual – descobrir incógnitas no OA Balança Interativa – para uma situação simbólica – resolver equações com lápis e papel. Isto aconteceu, principalmente, devido às atividades propostas na sequência didática cujo foco estava no processo de transposição de uma situação no mundo virtual para uma situação real. Os bons resultados, no pós-teste, indicam que o grupo experimental conseguiu fazer essa transposição.

Os resultados da pesquisa apontam para uma contribuição importante na elaboração de situações didáticas que propiciem o ensino da álgebra. O OA utilizado contribuiu ao propiciar a manipulação simultânea de representações icônicas e simbólicas e sua integração a uma sequência didática permitiu aos alunos usar formas de resolução baseadas em estruturas algébricas.

REFERÊNCIAS

[01] VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 10, 23, p. 133-169, 1990.

[02] VERGNAUD, G. The nature of mathematical concepts. In: NUNES, T.; BRYANT, P. (Eds.) **Learning and teaching mathematics**: An international Perspective. East Sussex: Psychology Press, p. 5-28, 1997.

[03] DA ROCHA FALCÃO. A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. In: A. SCHLIEMANN; D. CARRAHER; A. G. SPINILLO; L. MEIRA; J. T. DA ROCHA FALCÃO (Org.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993, p. 85-107.

[04] DA ROCHA FALCÃO, J. T. **Psicologia da Educação Matemática** – uma introdução. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

[05] DA ROCHA FALCÃO; J. T.; LIMA, A. P. B.; ARAÚJO, C. R.; LINS LESSA, M. M.; OSÓRIO, M. A didactic sequence for the introduction of algebraic activity in early elementary school. In: **24ª Conferência Internacional do Grupo de Psicologia da Educação Matemática**. PME-24. Hiroshima-Japão, v. 2, 2000, p. 209-216.

[06] SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D.W.; BRIZUELA, B. **Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic**: From Children's Ideas to Classroom Practice. Studies in Mathematical Thinking and Learning Series. New Jersey/USA: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

[07] CASTRO FILHO, J. A.; FREIRE, R. S.; FERNANDES, A. C. Development of Early Algebra Concepts Through The Use of Digital Learning Objects. In: **34ª Conferência Internacional do Grupo de Psicologia da Educação Matemática**. PME-34. Belo Horizonte: UFMG, 2010.

[08] CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. **Na vida dez na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1995.

[09] LINS LESSA, M. M. **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à álgebra**: um estudo comparativo. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva. Universidade Federal de Pernambuco, 1996.

[10] BRITO LIMA, A. P. **O desenvolvimento da representação de igualdade**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva. Universidade Federal de Pernambuco, 1996.

[11] LINS LESSA, M. M. **Aprender álgebra em sala de aula:** contribuição de uma sequência didática. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva. Universidade Federal de Pernambuco, 2005.

[12] BUTTO ZARZAR, C; ROJANO CEBALLOS, T. Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. **Educ. Mat**., México, v. 22, n. 3, dic. 2010. Disponível em: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-5826201000030 0004& lng =es&nrm=iso>. Acesso em: 12 Set. 2018.

[13] TATAR, D.; ROSCHELLE, J.; KNUDSEN, J.; SHECHTMAN, N.; KAPUT, J.; HOPKINS, B. Scaling Up Innovative Technology-Based Math. **Journal of the Learning Sciences**, 17, 2, p. 248-286, 2008.

[14] CASTRO FILHO, J. A.; LEITE, M. A.; FREIRE, R. S.; MACÊDO, L. N. O desenvolvimento de conceitos matemáticos e científicos com o auxílio de Objetos de Aprendizagem. In: LOPES, C.R; FERNANDES, M. A. **Informática na educação**: elaboração de objetos de aprendizagem. Uberlândia: EDUFU, 2007, p. 39-59.

[15] SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. Pesquisa de intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. In: CASTRO, L. R.; BESSET, V. L. (Org.). **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. Rio de Janeiro: Trarepa/FAPERJ, 2008, p. 294-321.

[16] LAUTERT, S. L. **As dificuldades da criança com divisão**: um estudo de intervenção. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva. Universidade Federal de Pernambuco, 2005.

[17] WILEY, D. A. **Connecting learning objects to instructional design theory**: A definition, a metaphor and a taxonomy. 2000. Disponível em: http://reusability.org/ read/. Acesso em: 15 Set. 2018.

[18] PROATIVA. **Balança Interativa**. Disponível em: <http://www.proativa.vdl.ufc.br/oa. php?id=0>. Acesso em: 25 Fev. 2018.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019

SAJEBTT, Rio Branco, UFAC
v.6, n.1, p. 359-377, 2019
ISSN: 2446-4821

[19] VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In. HIEBERT, H. and BEHR, M. (Ed.). **Research Agenda in Mathematics Education.** Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161.

Enviado em: 11/11/2018 - Aprovado em: 13/07/2019