

ENSINO DINÂMICO DA MATEMÁTICA (EDM):

uma proposta para aprender Matemática “*Fazendo Matemática*”

Fredy Enrique González

Universidad Pedagógica Experimental Libertador – UPEL

Campus Maracay, Venezuela

(<https://orcid.org/0000-0002-8079-3826>)

RESUMO:

Neste ensaio é apresentada uma proposta para propiciar uma aprendizagem significativa da Matemática, embasada na ideia segundo a qual “aprende-se Matemática, fazendo Matemática”. Trata-se de uma metodologia ativa desenvolvida pelo autor ao longo da sua experiência formando professores que ensinam Matemática em Venezuela e outros países da América Latina. O texto é um ensaio que resume e sintetiza sua experiência com o uso de materiais matematicamente potentes no desenvolvimento de tarefas intelectualmente exigentes das quais, a resolução de problemas é um caso particular. No texto são oferecidas justificativas conceituais, referências teóricas da proposta, definições próprias do que é proposto e sugestões de mudanças curriculares necessárias para a implementação do ensino dinâmico da Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Metodologias Ativas. Mudanças Curriculares. Resolução de Problemas. Tarefa Intelectualmente Exigente. Ciências Cognitivas.

Abstract

In this essay is presented a proposal to provide a meaningful learning of mathematics, based on the idea that “you learn math by doing math”. This is an active methodology developed by the author throughout his experience training teachers who teach mathematics in Venezuela and other countries of Latin America. The text is an essay that summarizes and synthesizes your experience with the use of mathematically powerful materials in the development of intellectually demanding tasks of which, problem solving is a particular case. In the text are offered conceptual justifications, theoretical references of the proposal, proper definitions of what is proposed and suggestions for curricular changes necessary for the implementation of dynamic teaching of Mathematics.

KEYWORDS: Active Methodologies. Curricular Changes. Problem Solving. Intellectually Demanding Task. Cognitive Sciences.

Resumen

En este ensayo se presenta una propuesta para propiciar un aprendizaje significativo de las matemáticas, basado en la idea según la cual “se aprende matemática haciendo matemáticas”. Se trata de una metodología activa desarrollada por el autor a lo largo de su experiencia formando profesores que enseñan Matemáticas en Venezuela y otros países de América Latina. El texto es un ensayo que resume y sintetiza su experiencia con el uso de materiales matemáticamente potentes en el desarrollo de tareas intelectualmente exigentes de las cuales, la resolución de problemas es un caso particular. En el texto se ofrecen justificaciones conceptuales, referencias teóricas de la propuesta, definiciones propias de lo que se propone y

sugerencias de cambios curriculares necesarios para la implementación de la enseñanza dinámica de las matemáticas.

PALABRAS CLAVE: Metodologías Activas. Cambios Curriculares. Resolución de Problemas. Tarea Intelectualmente Exigente. Ciencias Cognitivas.

1 INTRODUÇÃO

Do modo como tradicionalmente tem sido conduzido o processo de ensino e aprendizagem da Matemática (PEM), diz-se que não é eficaz pois não garante que os alunos, sobretudo nos níveis inicial e primário do sistema educativo, apropriem-se adequadamente dos processos envolvidos pela produção de saberes, conceitos e procedimentos da Matemática; por isso, tem sido objeto de numerosas críticas o que motivou a exploração de opções diferentes para ensinar esta disciplina que tornam viável a superação das insuficiências, inadequações e anomalias que foram identificadas na abordagem atual do PEM, (Dantas Lira; Ramalho Da Silva; Da Silva Neto, 2024) onde não é raro encontrar alunos que sentem medo ou aversão à Matemática (Santos; Almeida, 2022).

Por outro lado, a pesquisa em Ciências Cognitivas (Colins; Gonçalves, 2021) forneceu evidências empíricas que mostram que o conhecimento não é um reflexo passivo de uma informação que o meio fornece à pessoa; pelo contrário, esta, através de seus próprios mecanismos de funcionamento intelectual, desempenha um papel muito ativo na metabolização da informação que recebe; tais processos são, em grande parte, os responsáveis pelo conhecimento que se adquire (Hidalgo; González, 2009).

Além disso, também foi verificado que o desempenho cognitivo das pessoas é contextual, histórico e socialmente localizado; e no caso de Tarefas Intelectualmente Exigentes (TIE) (González, 1998) como a resolução de problemas em matemática, Verificou-se que a sua execução é dependente do conteúdo disciplinar dessas tarefas e das experiências vivenciais anteriores que o seu executor teve com elas. Também foi possível mostrar a relação existente entre desempenho na tarefa e o grau de consciência que seu realizador tem em relação às demandas cognitivas, emocionais e procedimentais que a tarefa exige. Nessa linha de indagação teórica começaram a ser desenvolvidas modalidades de ensino da Matemática que propiciam uma atuação consciente

dos alunos nas práticas didáticas que pretendem que eles aprendam esta disciplina.

Do mesmo modo, cada vez mais se coloca com força a necessidade de conciliar o caráter simbólico das noções e conceitos matemáticos com a exigência de significatividade (Papani; Langer; Ribeiro; Villwock, 2022) que devem ter para o sujeito que as aprende; isto se baseia em que a natureza abstrato-simbólica da Matemática, uma das suas mais importantes qualidades como ferramenta de análise, pode se tornar um obstáculo para sua aprendizagem quando o professor subestima a importância de organizar situações didáticas em que os alunos tenham a oportunidade de vivenciar experiências que fazem a simbologia, assim como os conceitos e procedimentos próprios da Matemática são significativos para eles.

Esta abordagem sustenta-se na base do que a investigação em Ciências Cognitivas tem revelado quanto às limitações que os aprendizes enfrentam para construir o seu conhecimento matemático, destacando entre elas os chamados obstáculos epistemológicos, cognitivos e didáticos (Bachelard, 2005; Bittencourt, 1998; Wander, Vizolli, 2022; Dias; Sheikhnassasi, 2024; Pessanha, 2018); associados respectivamente com a natureza do próprio processo de constituição da matemática como ciência; a própria dinâmica cognitiva do aprendiz; e, as ações didáticas que coloca em jogo quem pretende ensinar Matemática. Um caso específico em que se apresentam obstáculos dos dois primeiros tipos mencionados é o que diz respeito ao desenvolvimento de competências para o manejo dos símbolos matemáticos já que estes facilitam o pensamento a alguns alunos, mas poderia ser dificultado para aqueles para quem esses símbolos não têm significado. (Model, 2005).

Além disso, também pode-se notar que as correntes psicológicas cognoscitivistas e construtivistas (González, 2003), alcançaram a predominância no campo da investigação da aprendizagem humana, e acumularam evidências suficientes para afirmar que a maioria dos aprendizes de Matemática, principalmente aqueles do ensino primário e educação que estão localizados nos níveis de ensino primário e secundário, precisam trabalhar com modelos e representações concretas dos conceitos e princípios matemáticos antes que

possam compreender significativamente as formas matemáticas, abstratas e simbólicas, que correspondem a tais representações ou modelos.

Estas abordagens são apoiadas em resultados teóricos segundo os quais os estudantes aprendem melhor as ideias e os conceitos quando lhes é permitido descobri-los por si mesmos através de experiências relacionadas com o mundo físico ou ambiente sócio-ambiental no qual eles foram imersos (Alves, 2016); ou manipulando modelos representativos dessas ideias e conceitos. Esses modelos contribuem para dar sentido aos símbolos e ao vocabulário abstrato da Matemática; além disso, através de seu uso, os processos da Matemática podem se tornar mais significativos.

Pode-se concluir, então, que a aprendizagem da Matemática consiste em desenvolver um saber fazer autônomo, ligado à ativação de processos de funcionamento intelectual o que é favorecido quando se usam modelos (materiais manipuláveis) e aplica-se a Matemática a situações com as quais o aluno está familiarizado; esta concepção sobre a aprendizagem, torna necessário o apontamento da necessidade de que se estabeleçam novos propósitos do fazer matemático em âmbitos escolares.

Como consequência disto, os fins que lhe são atribuídos ao ensino da Matemática já não são apenas os relativos à manipulação de símbolos e a execução de algoritmos. Hoje, como resultado da predominância das abordagens cognoscitivistas na educação, considera-se mais importante enfatizar os processos do pensamento matemático e não a mera transmissão de conteúdo; a partir daqui deriva uma concepção do ensino de Matemática que se preocupa em desenvolver e fortalecer nos alunos um modo matemático de pensar (González, 2024; Guzmán, 1991), para o qual é imprescindível mostrar uma imagem autêntica do que é a Matemática.

De fato, a forma tradicional predominante em seu ensino levou muitas pessoas a acreditar que a matemática é um sistema rígido composto apenas por símbolos e um conjunto de regras para operar com eles. Esta imagem distorcida da matemática é reforçada pelo uso de livros de texto que enfatizam a manipulação de sinais, equações e outras formas de denotar definições em matemática. Os alunos são obrigados a investir a maior parte de seu tempo

praticando a execução de algoritmos na realização de exercícios que são réplicas de outros que foram previamente mostrados pelo professor ou estão resolvidos no livro e que devem servir de modelo guia; estes são os chamados "exercícios padrão". Com base na execução repetidamente reforçada desta atividade, os alunos chegam a se instalar a crença errada de que aprender matemática consiste na preparação para manipular símbolos de forma precisa e rápida.

A necessidade de mostrar uma imagem autêntica da Matemática obriga a introduzir mudanças no conteúdo e na forma como a disciplina é ensinada, colocando a ênfase na compreensão dos processos matemáticos que estão envolvidos na execução das operações de cálculo e não apenas na realização rotineiramente mecânica destas. Para isso é necessário captar a atenção dos alunos modificando o modo de apresentação do conteúdo matemático, e incluindo outros aspectos ligados à Matemática que normalmente não são levados em conta.

É imprescindível recorrer a técnicas e meios para apresentar informações, diferentes dos tradicionais (giz, lousa); e vivificar o ensino, ligando o conteúdo a ser ensinado com aspectos da vida real: organizando jogos matemáticos, recorrendo a fatos históricos, mostrando aspectos relevantes da vida de grandes matemáticos; tudo isso contribui para desenvolver atitudes positivas em relação à Matemática, o que é essencial para a aprendizagem desta disciplina.

De fato, verificou-se que há uma correlação positiva entre a atitude do aluno e seu desempenho acadêmico; por isso, é necessário o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à matemática. (Tórtora; Sander; Pirola, 2013). Isto poderia ser conseguido fazendo com que o aluno se envolvesse pessoalmente em sua própria aprendizagem, dando-lhe oportunidades de participar em experiências que lhe permitam apreender significativamente os conceitos matemáticos; é imperativo fazer com que os alunos se sintam satisfeitos ao estudar Matemática, criando uma atmosfera que lhes permita desfrutar do estudo da Matemática, ajudando-os a desenvolver confiança em sua própria habilidade de dominá-la, através da realização bem sucedida de atividades ligadas a situações que lhe são familiares, atraentes e interessantes.

Isso não significa, de forma alguma, expô-los a questões triviais; ao contrário, as situações educacionais (González, 2000; Martínez Padrón, 2008), isto é, que propiciam a abordagem da Matemática para fins educacionais, devem ser desafiadoras e propiciadoras de exigências intelectuais com o nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos. Isso contribui para banir a ideia de que a matemática é chata, árida, inútil, difícil de entender, desumana; e combater os mitos e tabus que foram criados ao seu redor.

Essa tarefa de (re)situar a Matemática como um campo de estudo atrativo, agradável, útil, ligado às realizações humanas, exige mudanças nas práticas que os professores que ensinam Matemática desenvolvem durante suas ações didáticas nas suas aulas de Matemática. Para isso é necessário: (a) orientar o processo de ensino de tal forma que predomine a descoberta, por parte dos alunos, das noções matemáticas estudadas; (b) mostrar as aplicações que a Matemática tem na Ciência e na Tecnologia; (c) evidenciar que a Matemática é uma tarefa essencialmente humana, fazendo referência à vida dos matemáticos.

Tudo acima deve ser enquadrado em uma busca de novos motivos que tornam o estudo da matemática atraente. Temos que fazer o aluno ver que deve estudar matemática não apenas por suas características intrínsecas, para isso é necessário relacioná-la com a cultura, a história, os desenvolvimentos da sociedade, e mostrar todos esses elementos em suas inter-relações mútuas. Além disso, deve-se mostrar que a Matemática é uma tarefa humana, como afirmado por D'Ambrosio (1999); deste modo reivindica-se o sujeito que faz a Matemática; uma forma de fazê-lo é reconhecendo a possibilidade de errar, admitindo o caráter didático do erro, o que contrasta com a suposta infalibilidade da Matemática.

2. ASPECTOS CONTEXTUAIS DE REFERÊNCIA

*Para preparar os alunos para o futuro professores de matemática
devem mudar seus currículos, métodos de ensino e técnicas de
avaliação
Lynn Arthur Steen*

O momento histórico que está sendo protagonizado pela humanidade inteira, é dominado pelo uso das novas tecnologias da informação e da comunicação, as quais servem de base à globalização da economia, e impactam toda a vida cotidiana das pessoas em todo o nosso planeta; isto implica demandas cognitivas inusitadas e ao mesmo tempo, processos de desaprendizagem, re-aprendizagem e aprendizagem de novos conceitos que tornam viável a instalação de competências em todas as pessoas de modo que possam se desenvolver adequadamente nos novos contextos sociais que caracterizam as atuais relações sociais, econômicas, políticas, culturais, etc., em um ambiente globalizado mundialmente.

Neste contexto, à matemática é atribuída uma função chave; portanto, o domínio desta disciplina não deve continuar sendo conhecimento exclusivo de algumas pessoas, mas, pelo contrário, torna-se uma exigência cultural indispensável para todos os cidadãos.

De fato, como pode ser verificado ao examinar a história da educação, desde a Academia de Platão e o *Cuadrivium* Romano, os alunos foram obrigados ao estudo da Matemática para que aprendessem a raciocinar claramente. É igualmente possível apreciar que os avanços técnicos e de outro tipo que marcaram a história da humanidade estiveram ligados, de alguma forma, com o desenvolvimento da Matemática. Isso confirma a necessidade social do estudo desta disciplina e como, ao longo do tempo, sua relevância foi reconhecida. Com base no exposto, pode-se dizer que o conhecimento desta matéria, alcança o status de Direito Humano inalienável, como defendido por Escobar e Grimaldi (2015).

No entanto, apesar da importância que tem o domínio da Matemática, os processos de ensino e aprendizagem desta disciplina, no âmbito internacional, enfrentam graves problemas, como foi constatado através de avaliações multilaterais relatadas nos relatórios TIMSS, aplicada pela primeira vez no Brasil em setembro de 2023, com participação de 44900 estudantes¹; PISA, cuja mais recente aplicação foi no 2022, sendo que em Matemática os estudantes

¹ <https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/noticias/acoes-internacionais/brasil-divulga-resultados-da-primeira-participacao-no-timss>

brasileiros pontoaram uma média de 379 (abaixo de Chile, Uruguai e Peru), sendo considerado como de baixo desempenho²; nessas provas se dá conta das graves deficiências em seu desempenho matemático que apresentam os alunos da maioria dos países que participaram de tais processos avaliativos; onde mais deficiências são notadas é na resolução de problemas, Especialmente aqueles em que tal resolução exige a execução de várias etapas. No Brasil, a aplicação mais recente (2024) da prova ENEM, mostra que em 2023, a média dos estudantes em Matemática foi 535 pontos; já na edição mais recente a proficiência caiu para 529 pontos³.

Agora, tendo em conta que os estudantes que estão atualmente nos níveis primário e secundário do sistema educativo são os futuros dirigentes de uma sociedade que, cada vez mais, será caracterizada por uma economia global e submersa no quadro de um uso crescente das tecnologias da comunicação e da informação, cujo substrato de desenvolvimento é a Matemática, neste momento é vitalmente estratégico que aprendam esta disciplina em função das exigências que lhes fará o ambiente científico e tecnológico de amanhã.

Pode-se então perguntar, como ensinar matemática hoje com o olhar no futuro? Algumas instituições, com influência mundial, têm oferecido respostas; um deles é o NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática) dos EUA, que já desde 1989, identificou cinco grandes metas que é necessário alcançar para satisfazer as necessidades matemáticas dos estudantes com vista a aumentar suas possibilidades de desenvolvimento adequado no contexto da nova era pela qual a humanidade está transitando neste momento. Mantendo as distâncias e fazendo as adaptações correspondentes, as metas propostas pelo NCTM poderiam ser uma referência útil para o contexto latino-americano; daí que seja apropriado mostrá-las aqui.

De acordo com o NCTM, o ensino da Matemática deve tender para que os alunos estejam em condições de:

² <https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/noticias/acoes-internacionais/divulgados-os-resultados-do-pisa-2022>

³ <https://noticias.uol.com.br/ultimas-noticias/agencia-estado/2025/01/14/nota-do-enem-piora-em-matematica-e-ciencias-e-melhora-em-redacao.htm>

1. *Apreciar o valor que a matemática tem para um desenvolvimento social adequadamente sustentável.*

Nesse sentido, os alunos devem tomar consciência das variadas funções desempenhadas pela Matemática na sociedade; reconhecendo sua presença nas mais diversas atividades, tanto as cotidianas como as altamente especializadas próprias da investigação científica; assim, devem poder reconhecer seu uso tanto nos debates sobre decisões de políticas governamentais públicas, que os afetam diretamente, como na investigação de mercados. Portanto, as experiências matemáticas dos alunos nas escolas devem levá-los à convicção de que a matemática tem valor para eles; isso poderia servir de incentivo para estudá-la durante sua passagem pela escola.

2. *Raciocinar com um sentido matematicamente crítico.*

Para isso é essencial reconhecer que a matemática é, acima de qualquer outra coisa, um hábito mental que ajuda a esclarecer situações complexas; portanto, os alunos devem aprender a recolher evidências, formular conjecturas, projetar modelos, inventar contra-exemplos, e construir argumentos sólidos, bem como exigí-los daqueles que têm poder de decisão sobre a execução de ações que terão impacto direto em suas condições de vida. Oferecer-lhes evidências de que um modo de pensar agudo e cético contextualizado, se consegue através da participação em processos idôneos de ensino e aprendizagem da Matemática, fará com que esta disciplina seja mais valorizada socialmente pelos alunos.

3. *Lidar com diferentes modos de comunicar o conhecimento próprio da matemática.*

O ensino da Matemática deve ser implantado de tal forma que possibilite aos alunos aprender a escrever, ler e falar sobre os temas próprios dela; no entanto, isto não é suficiente, é necessário que o conhecimento matemático adquirido seja aplicado na abordagem de situações problema próximas à realidade do aluno; desta forma, a Matemática é assumida como uma ferramenta para a compreensão de tais

situações; esta perspectiva comunicacional da aprendizagem da Matemática não é alcançável sozinho; daí que sejam pertinentes as estratégias que propiciam diálogos e interações entre os aprendizes, como o trabalho em grupos e a mediação por pares onde se gera ensino mútuo; estas instâncias exigem que cada um argumente a favor de suas respectivas estratégias de trabalho usadas no processo de busca de solução para problemas, esta questão deve ser realizada tanto oralmente quanto de forma cuidadosamente escrita.

4. *Resolver problemas matemáticos situacionalmente contextualizados.*

No seu dia-a-dia, os estudantes como cidadãos veem-se na necessidade de resolver problemas dos mais variados tipos, muitos dos quais requerem a aplicação de conhecimentos matemáticos de diferentes níveis; por este motivo, os alunos na escola devem ter experiências vivenciais de resolução de problemas, que lhes permitam se familiarizar com os diversos recursos heurísticos que podem ser aplicados na busca de soluções para problemas matemáticos; Portanto, devem ter múltiplas oportunidades para entrar em contato com problemas que variam quanto ao contexto de emergência, grau de dificuldade, nível das condições definidoras do problema, e possibilidades de abordagem, entre outros aspectos. Portanto, o processo de aprendizagem e ensino da matemática escolar deve proporcionar oportunidades para que os alunos aprendam a: construir problemas matemáticos a partir de situações reais, geralmente abertas, ambíguas ou difusas, em que a Matemática está subjacente e não é ostensiva; selecionar estratégias apropriadas para resolver problemas; reconhecer e formular várias soluções quando possível; e trabalhar com outros a fim de analisar a adequação, em termos de eficácia e lógica, das soluções propostas.

5. *Fortaleça seu Autoconceito Matemático*

Em geral, a imagem social que se tem da Matemática é que esta é um território acessível apenas àqueles que contam com uma mente especialmente dotada para as abstrações, para o manejo do simbólico; daí

que muitas pessoas se autoexcluem da possibilidade de desenvolver a sua correspondente formação matemática e, com isso, aumenta o índice de Analfabetismo Matemático; alguns pais projetam esta imagem distorcida para os seus filhos que, ao chegar à escola, desenvolvem o que é chamado *Matematefobia*, (Mihalko, 1978; Wood, 1988), ou rejeição à Matemática. Assim, a escola tem o compromisso de superar essa anomalia atitudinal, propiciando situações que contribuam para que os alunos aumentem seus níveis de confiança quanto às suas próprias possibilidades de trabalho com a Matemática e, com isso, ajudá-los a fortalecer seu *Autoconceito Matemático*; (Freitas Faria; Ferreira De Souza; Lima Faria, 2016; Fundice; Francisco, 2024); e nisso se reconhece que existe uma relação de influência mútua entre atitudes positivas em relação à Matemática e a realização acadêmica nesta disciplina; portanto, as experiências escolares devem ser tais que ofereçam ao aluno a oportunidade de vivenciar que ele é capaz de resolver problemas matemáticos, que sim pode apropriar-se de seus conceitos, objetos, procedimentos e processos; Isso aumenta a possibilidade de desenvolver autoconfiança em relação à matemática, o que contribuiria para melhorar a imagem que se pôde formar sobre esta disciplina.

Na realização das metas acima explicitadas, os professores que ensinam Matemática nos diversos níveis modalidades do sistema educacional venezuelano, têm uma responsabilidade essencial; De fato, sabe-se que a atração positiva para o estudo de uma determinada disciplina está ligada à participação consciente e vivencial em experiências de contato prazeroso com ela; daí que quem ensina matemática deve procurar criar contextos educativos (ou seja, aqueles em que a Matemática é tratada com finalidades educacionais) que propiciem emoções agradáveis, promovam o gozo no estudo, desafiem intelectualmente o aluno, e façam-lhe ver que a Matemática é um bem cultural (e por conseguinte uma criação social) a que ele tem o direito de acesso. (Gómez Chacón, 2002)

3. ENSINO DINÂMICO DA MATEMÁTICA (EDM)

Os alunos precisam trabalhar com representações concretas dos conceitos, princípios, fórmulas e símbolos associados aos objetos matemáticos a fim de compreendê-los significativamente.

Os aspectos considerados nas seções anteriores, contribuem para configurar um contexto que possibilita a emergência de abordagens alternativas para abordar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática (PEM), uma delas é a denominada **Ensino Dinâmico da Matemática** (EDM), cujos aspectos essenciais serão expostos a seguir.

A EDM propõe o desenvolvimento de um conjunto de estratégias de ensino e aprendizagem através das quais os alunos exploram ideias matemáticas desenvolvendo muitos tipos de atividades centradas no aluno: demonstrações; estudo individualizado ou em grupos; descoberta ou investigação de padrões; solução de problemas, entre outros.

1. Definição

O Ensino Dinâmico de Matemática (EDM) é uma inovação educacional que pretende propiciar a aprendizagem da Matemática através da participação ativa, protagonista e conscientemente comprometida do aluno em ações como elaboração de projetos, resolução de problemas, modelagem de situações, entre outras, que lhe permitam apropriar-se idiosincraticamente dos objetos, processos e procedimentos próprios da Matemática Escolar, de forma significativa e cognitivamente estável, com o qual fica habilitado a transferir essa apropriação para contextos e situações diferentes daquelas em que ocorreu, dissipando assim o risco da *ancoragem contextual* (Romero López, 2009).

2. Objetivos

O desenvolvimento do Ensino Dinâmico da Matemática orienta-se para a realização de vários objetivos educacionais, tanto no domínio cognoscitivo como no afetivo. Quanto ao *cognitivo*, com a EDM procura-se que o aluno alcance objetivos matemáticos tanto diretos como indiretos. Os objetivos matemáticos diretos são: aprender e lembrar fatos, aplicar habilidades, compreender conceitos, analisar e sintetizar princípios; enquanto os objetivos matemáticos

indiretos se relacionam com a resolução de problemas, a transferência das aprendizagens e aprender a aprender.

No afetivo, o aluno deve:

- Sentir desejo e satisfação por participar de atividades matemáticas;
- Aceitar e preferir valores ligados à Educação Matemática;
- Conceituar valores pessoais ligados à matemática e ao trabalho com essa disciplina.

Pode-se afirmar que o objetivo principal da Abordagem Dinâmica no Ensino de Matemática é ajudar os alunos a:

- Aprender matemática através da realização de atividades físicas específicas;
- Descobrir princípios matemáticos coletando informações e estudando propriedades de modelos matemáticos;
- Reconhecer padrões matemáticos que os conduzem à generalização de problemas e proposições;
- Construa modelos matemáticos para ilustrar e comunicar conceitos e princípios matemáticos abstratos.

A realização dos propósitos esboçados acima será facilitada pela realização de um conjunto de ações que permitam aos alunos:

- Façam generalizações que lhes sirvam de base para formular problemas matemáticos;
- Fazer suposições;
- Descubra aplicações da matemática
- Entenda a verdadeira natureza da matemática.

Para isso devem ser comprometidos na realização de atividades que lhes forneçam uma ruptura bem-vinda das clássicas estratégias de demonstração e exposição realizadas pelo professor, que propiciem nos alunos melhores aptidões para a aprendizagem da Matemática; e, além disso, dar-lhes a oportunidade de sentir a satisfação que traz o sucesso ao lidar com representações abstratas dos conceitos e princípios matemáticos, manipulado representações menos abstratas de tais conceitos e princípios e que são levantadas no contexto da EDM.

Com isso se pretende que os alunos descubram que muitas das habilidades, conceitos e princípios da matemática vêm de situações físicas, e que seus conceitos e princípios não são conjuntos arbitrários de regras para manipular símbolos sem significado. Acredita-se que a EDM pode ajudar os alunos a melhorar sua compreensão dos fundamentos e do desenvolvimento histórico da Matemática e das interrelações históricas que esta tem com as outras ciências;

3. Vantagens comparativas da Abordagem Dinâmica em relação à Abordagem Tradicional

Em relação à forma como a Matemática tem sido tradicionalmente ensinada, a Abordagem Dinâmica mostra um conjunto de vantagens comparativas, entre as quais se destacam as seguintes:

- Fornece ao aluno oportunidades para participar de experiências nas quais ele pode relacionar entre si ideias matemáticas abstratas
- Fornece situações interessantes para que os alunos investiguem; geralmente começa com a reflexão sobre um assunto de interesse do aluno; em seguida, são formuladas perguntas abertas que possibilitam a discussão e abrem várias possíveis trajetórias de pesquisa. Os problemas são construídos a partir da reflexão mencionada e podem ser levantados pelo professor ou pelos alunos; em seguida, ser abordados individualmente ou em pequenos grupos, após o que deve gerar-se uma discussão coletiva que envolva todos os alunos.

- Contribui para criar uma atmosfera não ameaçadora propícia à aprendizagem. Na EDM, os alunos devem se sentir livres de ameaças se falharem quando fazem previsões ou experimentam ideias; esta abordagem favorece o aprendizado, processo esse cujo percurso não é enxerto das arrancadas em falso e buscas cegas pelos alunos; O professor não pode continuar a assumir o papel de fornecedor de conhecimentos aos alunos. Ao contrário, seu papel é motivá-los, entusiasma-los e guiá-los; e planejar e supervisionar uma variedade de experiências para eles. Ele deve erradicar as generalizações e respostas e permitir que os alunos sejam eles mesmos quem as obtêm; deve ter confiança na capacidade produtora de conhecimento que seus alunos possuem.
- Permite que os alunos assumam a responsabilidade de sua própria aprendizagem; na verdade, EDM leva em conta a individualidade do aprendiz ao invés de assumir que todos os alunos podem aprender através da mesma abordagem

As situações a serem exploradas na abordagem dinâmica do Ensino de Matemática podem ser levantadas pelo professor ou pelos próprios alunos; neste segundo caso, um ou mais estudantes podem levantar questões cujas respostas não são conhecidas antecipadamente pelo professor, o qual pode ser a base para uma experiência de aprendizagem interessante tanto para os alunos como para o professor; outra possibilidade é que professores e alunos, conjuntamente, as levantem a partir da reflexão crítica sobre questões surgidas fora da sala de aula.

4. Mudanças de Papéis que o ensino da Matemática com uma Abordagem Dinâmica

A organização e supervisão de uma classe que adota a abordagem descrita pela EDM são muito diferentes das correspondentes à abordagem tradicional; romper com os hábitos próprios desta abordagem e assumir a Abordagem Dinâmica coloca um conjunto de exigências tanto ao professor como

aos alunos, nos planos cognitivo, logístico, organizacional, didático e social da atividade escolar.

Por outro lado, é compreensível que, mesmo quando as atividades na abordagem dinâmica se centram no trabalho do aluno, são individualizadas, informais e orientadas pela tarefa, não devem ser desestruturadas ou desorganizadas, também não devem ser muito estruturadas ou manejadas apenas pelo professor.

4.1. Mudanças no desempenho do professor

Além das atividades habituais previstas em um plano de aula qualquer (conteúdo, objetivos, recursos, pré-avaliação, estratégias de ensino e aprendizagem, pós-avaliação) Há três atividades especiais que um professor deve realizar na preparação de uma aula em conjunto com a EDM: (a) Orientar os alunos na obtenção dos recursos que usarão (objetos, mapas, planos, gráficos, modelos, equipamentos, livros); (b) planejar a organização e o uso que será dado aos recursos durante a aula e supervisionar as atividades dos alunos; e (c) planejar atividades para que os alunos trabalhem efetivamente como previsto; (d) avaliar as atitudes, hábitos de trabalho e realizações de cada aluno; (e) preparar planilhas para pesquisas; e (f) supervisionar e orientar os alunos.

Uma tarefa fundamental que deve cumprir o professor, sobretudo quando se está iniciando a aplicação da abordagem dinâmica e os alunos ainda não estão habituados a ela, é orientar os alunos sobre como conduzir sua atividade escolar neste novo contexto didático.

De fato, a maioria dos estudantes estão acostumados a trabalhar em ambientes muito estruturados, por isso quando se encontram em uma situação que não é rotina, eles não sabem o que fazer; conseqüentemente, é necessário que recebam orientações em relação a esta dinâmica de trabalho em que se torna inevitável esforçar-se por levantar e resolver problemas; para isso, recomenda-se que, no início, o docente:

- Ajude os alunos a identificar o problema, decidir o que fazer e estabelecer os objetivos da atividade.

- Incentivá-los a pensar em diferentes formas de abordar o problema e traçar diferentes planos de ataque, bem como diversas trajetórias que possam servir para atingir os objetivos.
- Orientá-los na busca de padrões, relações e generalizações.
- Incentivá-los a tentar fazer descobertas e encontrar abordagens alternativas.
- Convide-os a tirar conclusões e analisá-las.
- Acompanhe-os na análise e avaliação dos métodos e procedimentos utilizados, bem como das descobertas e relações que possam existir entre eles.

4.2. Mudanças no desempenho dos alunos

Por sua vez, os alunos devem: (a) ter iniciativa na seleção de caminhos para resolver problemas; (b) selecionar materiais e aprender a manipulá-los; (c) fazer observações relevantes para a identificação de problemas na situação que estão abordando; (d) aprender a trabalhar em pequenos grupos e discutir em grandes grupos; (e) aprender a discutir seus planos, observações e conclusões com os outros membros da equipe de trabalho; (f) manter um registro de seu trabalho em uma forma legível e compreensível; (g) avaliar seu próprio trabalho e assumir a responsabilidade de sua própria melhoria pessoal, tanto em habilidades como em compreensão; (h) desenvolver uma atitude inquisitiva e continuar trabalhando no problema e não desistir quando encontrar algum bloqueio ou obstáculo.

5. Atividades que podem ser realizadas quando se adota uma abordagem dinâmica

Uma das virtudes mais destacadas do ensino de Matemática quando se adota uma abordagem dinâmica, é a possibilidade de situar os alunos no contexto de um ambiente matematicamente autêntico; dessa maneira, as atividades escolares são ligadas a ações próprias do trabalho matemático, tais

como: resolver problemas, explorar conceitos matemáticos, formular e experimentar com princípios matemáticos, fazer descobertas matemáticas manipulando representações concretas de ideias matemáticas relativamente abstratas.

5.1. Descoberta de teoremas

Os matemáticos encontram satisfação quando descobrem um teorema; assim, com algumas instruções gerais, a maioria dos estudantes pode descobrir muitos teoremas da geometria plana medindo comprimentos e ângulos, comparando figuras geométricas e construindo e cortando figuras geométricas em papel.

5.2. Reconhecimento de padrões

Encontrar e examinar padrões numéricos pode levar à descoberta de muitos princípios matemáticos importantes, como o Teorema do Binômio, o algoritmo euclidiano, as fórmulas para a soma dos n termos de uma progressão aritmética ou geométrica, entre outros

5.3. Resolução de problemas

O ideal é colocar problemas que podem ser resolvidos de diferentes maneiras; uma primeira delas pode dar origem a um procedimento geral e outra pode dar origem a uma solução exata através de uma análise dedutiva. É importante praticar, em situações concretas, os cinco passos da solução de problemas: (a) descobrir problemas gerais; (b) reformular o problema geral em forma mais trabalhável; (c) formular estratégias para resolver problemas; (d) executar os procedimentos de resolução de problemas; e (e) avaliar a solução encontrada e a estratégia usada para obtê-la.

5.4. Exploração de princípios através de aplicações.

A maioria dos conceitos e princípios matemáticos se tornam compreensíveis e significativos para os alunos através de práticas com representações e aplicações concretas desses objetos matemáticos; a EDM apresenta situações em que os estudantes podem explorá-los e usá-los.

5.5. Desenvolvimento de métodos de aproximação.

Embora a matemática seja a chamada ciência exata, os métodos de aproximação que são usados nas ciências físicas, engenharia e computação têm desempenhado um papel importante em seu desenvolvimento histórico da matemática e devem desempenhar um papel importante no seu ensino.

6. Localização, Estrutura e Organização das atividades didáticas próprias da EDM

Quanto ao lugar, estruturação e organização das atividades didáticas no contexto da EDM:

1. Podem ser realizadas na sala de aula durante um período regular, atribuídas como tarefa ou concluídas em projetos fora da sala de aula;
2. Podem ser estruturadas ou não-estruturadas. Deve-se levar em consideração que, às vezes, os alunos podem precisar de uma quantidade considerável de orientação para resolver alguns problemas ou fazer certas descobertas em matemática. Em outras situações, quando estratégias para a resolução independente de problemas é o que está sendo enfatizado, pode ser melhor dar muito poucas diretrizes e pouca assistência a cada aluno.
3. Em relação ao aspecto organizacional, as sessões podem ser conduzidas em uma das seguintes modalidades, individualmente ou combinadas: (a) O professor, um aluno ou um grupo de alunos apresenta uma demonstração diante do grupo total; (b) Cada um dos alunos da classe trabalha individualmente sobre o mesmo problema; (c) os alunos trabalham juntos em pequenos grupos sobre o mesmo problema; (d) Cada aluno pode trabalhar um problema que difere do problema de cada um dos outros alunos que compõem o grupo total; (e) Pequenos grupos de estudantes podem escolher livremente as atividades que realizarão.

7. Maneiras de conduzir uma atividade de sala de aula quando se adota uma abordagem dinâmica

Existem três formas principais de realizar uma atividade no contexto da EDM: (a) exposições do professor, (b) todos os alunos trabalhando em pequenas equipes sobre a mesma situação; (c) estudantes trabalhando em pequenos grupos em situações diferentes.

7.1. Exposições do professor.

Estes são úteis para mostrar aos alunos: como formular problemas e analisá-los; selecionar estratégias para obter soluções e planejar as etapas para alcançá-las; coletar e organizar dados e derivar conclusões com base neles. A eficácia das exposições diretas do professor depende do interesse dos alunos; por isso, é importante envolvê-los.

Para ter sucesso nisso, o professor deve: planejar sua dissertação diante de todo o grupo; selecionar materiais relacionados ao problema; usar materiais adequados e adequados à situação; compartilhar o direito de falar com os alunos, não monopolizá-la; sugerir alguns dos passos necessários para que haja a solução, mas deve procurar que sejam os próprios alunos quem façam a maioria desses passos; prever instâncias para que os alunos participem; uma técnica para conseguir isso é pedir-lhes que se lembrem de fatos relevantes previamente estudados; pedir-lhes que aportem suas próprias ideias, assim elas tornam-se mais significativas para os alunos.

Outro modo é pedir-lhes que ofereçam sugestões ou formulem conjecturas ou previsões, com o qual eles têm a oportunidade de pensar sobre o tipo de resposta que está sendo buscada e se sentem mais comprometidos com a atividade. As respostas dos alunos podem ser dadas oralmente e o professor deve ouvi-las com muita atenção. Outra forma é fazer com que o aluno aplique algum processo ou princípio a uma situação particular; isso não apenas capacita-o para obter uma resposta, mas também reforça sua compreensão desse processo ou princípio.

7.2. Todos os alunos estão envolvidos na manipulação do mesmo material.

Quando se dispõe de material suficiente e o professor sente a necessidade de dar direções precisas a todos os alunos, é conveniente que trabalhem todos juntos. Neste caso, os alunos se envolvem na atividade sob a

supervisão do professor. As instruções gerais, as perguntas a serem respondidas e as observações a serem registradas podem ser dadas oralmente pelo professor ou através do uso de algum equipamento audiovisual. À medida que a atividade progride, o professor tem a oportunidade de interrompê-la para dar instruções adicionais, discutir e avaliar as respostas dos alunos, permitir que os alunos façam perguntas, estender as atividades, e coletar e interpretar as observações.

7.3. Os alunos são organizados em equipes e trabalham em atividades separadas.

Os alunos chegam à sala de aula com uma variedade de níveis no que diz respeito ao desenvolvimento de habilidades, necessidades e realizações; portanto, geralmente é melhor formar pequenas equipes e atribuir-lhes diferentes atividades. A composição e tamanho das equipes depende do tipo de atividade, dos materiais disponíveis e da forma como os alunos são normalmente agrupados. Neste caso, o professor deve levar em conta a sequência lógica das atividades, as necessidades e preferências dos membros da equipe, a quantidade de material disponível, e o estado do tempo (se as atividades serão realizadas fora da sala de aula).

Se a atividade for realizada em recinto fechado, o docente deve perceber se todos os equipamentos estão prontos para iniciar o trabalho, se dispõem dos materiais necessários e se compreenderam as indicações; pode deslocar-se de um grupo para outro mas sem interromper seus trabalhos; pode promover um diálogo entre os membros de cada equipe, a fim de ajudá-los a compreender o problema e selecionar um método para atacá-lo; pode dar instruções e avaliar sua compreensão dos objetivos da atividade. Com isso você pode perceber imediatamente quem precisa de orientação se eles estão presos e quem são capazes de trabalhar por si mesmos.

Por outro lado, considerando que os alunos de baixo desempenho têm dificuldade em trabalhar para metas a longo prazo e integrar ideias matemáticas, o professor deve ajudá-los a definir metas diárias e trabalhar para alcançá-las; isso requer avaliações frequentes de seu progresso, mas fazendo-os perder o medo de cometer erros, valorizando também o esforço que o aluno faz para

compreender o que está fazendo, sua disposição de se responsabilizar para melhorar seu desempenho, seu desejo de precisão e minuciosidade, sua diligência para trabalhar em equipe, bem como sua compreensão de ideias matemáticas.

Por isso, assumindo que as atividades dinâmicas podem ajudar os alunos a conhecer suas fraquezas, devem ser dadas oportunidades para que eles mesmos percebam seus pontos fracos; elaborem perguntas que possam responder consultando livros de texto ou de referência, ou outras atividades que gerem novos temas de pesquisa, reconhecendo assim que a aprendizagem é mais significativa quando se baseia no interesse dos próprios alunos.

8. Inconvenientes para o desenvolvimento de uma abordagem dinâmica no ensino da matemática

Problemas podem surgir quando se tenta fazer uma transição imediata da abordagem tradicional para a abordagem dinâmica. Os alunos podem ter dificuldade em compreender o que se pretende com a EDM, já que tradicionalmente desempenham um papel passivo nas aulas e, agora, são convidados a agir de forma proativa. Como estão acostumados apenas a realizar exercícios, quando lhes é pedido que levanten e resolvam problemas a partir de situações realistas, não sabem como começar nem "como entrar no problema"; se não lhes for dito como atacá-lo, a menos que o método de ataque seja demasiado óbvio, poderão desistir.

Além disso, dada a sua confusão e imaturidade, poderiam usar sua nova liberdade de movimentos para protagonizar situações de indisciplina que geralmente se apresentam quando: (a) os alunos não sabem o que vão fazer; (b) os deveres e responsabilidades não foram claramente estabelecidos; (c) os alunos não receberam instruções quanto ao uso dos equipamentos; (d) não sabem como atacar o problema; (e) várias pessoas querem usar o mesmo equipamento ao mesmo tempo; (f) os materiais estão desorganizados. Sabendo disso, o professor deve tomar as devidas precauções a fim de evitar que ocorram situações indesejáveis no âmbito escolar.

9. Orientações para que os alunos tirem mais proveito da Abordagem Dinâmica para o ensino de Matemática

A abordagem dinâmica é baseada na premissa de que as pessoas precisam resolver problemas e que elas podem aprender a fazê-lo. A solução de problemas requer o conhecimento de certas técnicas de resolução que variam de um problema para outro.

Algumas das orientações gerais para a resolução de problemas que devem ser dadas aos alunos são os seguintes:

9.1. Identificar e abordar o problema.

Primeiro de tudo, os alunos devem ser ajudados a identificar problemas; devem ser estimulados a maravilhar-se com ideias, colocar perguntas, procurar explicações e fazer conjecturas. Muitas questões do dia-a-dia são boas oportunidades para levantar questões matematicamente apropriadas. Às vezes os alunos farão uma pergunta de forma muito vaga, neste caso devem ser ajudados a formulá-la em uma forma mais simples, precisa e compreensível, antes que tentem encontrar uma resposta.

Em outros casos, o problema pode ser esboçado em uma folha de guia. O aluno deve criar o hábito de pensar sobre o problema antes que ele comece a fazer cálculos. Algumas das perguntas que podem ajudá-lo são: Qual é a situação descrita aqui? Quais são as questões levantadas pelo problema? O problema é semelhante a outros que eu já resolvi antes? Qual é a minha estimativa da resposta? Que dados devo coletar ou que observações devo fazer para responder as perguntas?

9.2. Encontrar um método de ataque.

Os livros normalmente são organizados de modo que todos os problemas em uma seção devem ser resolvidos pelo mesmo método. Por isso, os alunos são pouco estimulados a explorar uma variedade de métodos para atacar problemas; na verdade, pode fazê-los acreditar que existe um único método. A investigação de situações contextualizadas no cotidiano da vida real, frequentemente utilizam vários métodos. Por essa razão, as atividades da EDM ajudam a eliminar a síndrome irreal do método único tão característico das aulas

tradicionais de Matemática. Os alunos devem ser treinados para pensar em uma variedade de maneiras de atacar o mesmo problema. Eles podem propor maneiras que o professor nunca pensou, e ele deve estimular o pensamento dos alunos; cada ideia apresentada por eles deve ser revisada pelo grupo total para estabelecer sua validade e factibilidade.

9.3. Executar o plano de ataque.

Muitos alunos são desorganizados e inexperientes no planejamento e acompanhamento de passos para resolver problemas. Eles também têm dificuldade em relatar seus resultados de uma forma compreensível. O professor deve orientar os alunos tanto no planejamento como também na obtenção e registro dos dados.

4. MUDANÇAS CURRICULARES NECESSÁRIAS PARA IMPLEMENTAR O ENSINO DINÂMICO DA MATEMÁTICA

Para implementar o EMD, é necessário fazer mudanças profundas tanto no conteúdo a ser ensinado como nas práticas que os professores de matemática colocam em jogo nas salas desta disciplina.

Até a saciedade foi dito que o modelo tradicional de ensino da matemática é inadequado para garantir aos alunos a realização do ensino matemático de qualidade a que têm direito; por isso é impostergável a supressão deste modelo e o desenvolvimento de outro qualitativamente diferente;

Abaixo estão algumas das mudanças necessárias que devem ser feitas no currículo escolar matemática, a fim de aumentar as possibilidades para o aparecimento de um modelo didático alternativo.

1. *Desenvolver o processo de ensino e aprendizagem da matemática de forma que os alunos tenham expectativas positivas de realização; ou seja, que confiem que, se procederem de maneira adequada, possam apropriar-se adequadamente dos objetos, processos e procedimentos que constituem a matemática escolar que eles estudam. Deve-se instalar a ideia de que a matemática está ao alcance de todo aluno que se esforce razoavelmente, tenha confiança em si mesmo e participe das atividades propícias*

da aprendizagem matemática que se coloquem em jogo no processo didático.

2. *Oferecer uma visão ampla da Matemática Escolar, mostrando o conjunto de áreas que a constituem; e fazendo ver que a Matemática transcende à manipulação mecânica de símbolos. Isto significa que o trabalho escolar com a Matemática deve ir além do operacionalismo algorítmico e incluir situações que possibilitem ao aluno se familiarizar com a presença da Matemática nos mais variados campos.* Para isso, é necessário projetar proposições didáticas apoiadas em práticas sociais que sejam familiares aos alunos, e incluam situações problemáticas cujo tratamento matemático propicie o uso de processos associados com: realização de estimativas; manejo do acaso e das probabilidades; medidas com unidades de classes diferentes; coleta, organização e interpretação de dados; elaboração de representações visuais de diversos tipos, entre outros.
3. *Fazer uso intensivo e extensivo das novas tecnologias da informação e comunicação, tanto quanto possível, no processo de ensino e aprendizagem da matemática.* São cada vez mais as pesquisas que mostram resultados positivos quando se utilizam as NTIC S nas práticas didáticas próprias da Matemática Escolar; longe já devem ficar as chatas "contas", demasiado longas e com pouco impacto no desenvolvimento do pensamento matemático; os dispositivos eletrônicos com que agora se conta, assumem a tarefa calculística e deixam tempo ao aluno, e também ao professor, para pôr em jogo elevados processos de pensamento matemático; se chega a inúmeras proposições didáticas nas quais estas novas tecnologias desempenham um papel relevante na aprendizagem da Matemática, desde os níveis iniciais do sistema educativo. Assim, a sala de aula de Matemática deve abrir espaços para o uso das Calculadoras Gráficas, os Computadores e toda a variada gama de dispositivos eletrônicos (telefones celulares,

videogames, etc.) que hoje estão praticamente ao alcance de todos.

4. *Responsabilizar os alunos por sua própria aprendizagem.* A pesquisa educacional, especialmente a promovida pelas Ciências Cognitivas, oferece resultados robustos que permitem afirmar que a aprendizagem não se produz apenas pela recepção de informação mas, principalmente, através do processamento ativo da mesma; portanto, os professores de Matemática devem empregar estratégias de sala de aula que façam com que os alunos se tornem participantes ativos de sua própria aprendizagem ao invés de serem receptores passivos da informação que lhes é transmitida pelo professor; Além disso, deve-se ter bem presente que a imersão consciente em experiências vívidas de aprendizagem pode contribuir para modificar as crenças pessoais tanto em relação à disciplina matemática como no que tem a ver com as atitudes para com ela.
5. *Reconhecer o valor formativo que tem a mediação por pares acadêmicos.* Há cada vez mais indícios de que a aprendizagem é um processo social e não individual solitário; além disso, a magnitude dos problemas enfrentados pelos cidadãos em sua vida cotidiana exige trabalho coletivo; por essa razão, é necessário que a sala de aula de Matemática seja um cenário para a aprendizagem da cidadania; uma ação que contribui para o alcance deste objetivo é a participação coletiva em processos de aprendizagem; de tal forma que as aulas de Matemática devem predominar, Na medida do possível, experiências de aprendizagem colaborativa. A maioria dos problemas complexos demanda o talento de muitas pessoas, por isso os problemas a serem levantados, no contexto da Matemática Escolar, devem oferecer aos alunos oportunidades para: projetar planos de ação para abordá-los; discutam a adequação e viabilidade das ações

planejadas; examinem suas possibilidades reais de colocá-las em jogo; formulem perguntas e questionamentos; e, organizem estrategicamente os recursos (cognitivos, materiais, documentários, tecnológicos) daqueles que dispõem para levar a cabo a tarefa resolutive. Tudo isso exige privilegiar o trabalho em equipe, pois este não só permite o desenvolvimento de habilidades, mas também é uma maneira muito eficaz de aprender matemática através da comunicação com outros colegas.

6. Assumir a avaliação como uma instância para avaliar com justiça o desempenho dos alunos em vez de ser um meio de coerção nas mãos dos professores. Todo processo didático requer evidências para estimar sua eficácia, ou seja, sua adequação para atingir seus propósitos no tempo e com os recursos que nele foram investidos. No caso dos processos de ensino e aprendizagem da matemática um dos seus objetivos é que os alunos alcancem níveis de desempenho adequados para cuja estimativa se recorre a processos de avaliação; esta tem a finalidade de coletar indícios com base nos quais se podem sustentar os juízos sobre a qualidade da formação matemática que tenham alcançado em dado momento aqueles que estudam esta disciplina. Os processos avaliativos não são neutros; o que se avalia, isto é, aquilo que se considera digno de ser considerado, depende da concepção que o avaliador (o professor que tem a faculdade de avaliar) sustenta sobre o assunto a avaliar que, neste caso, é a Matemática. Com isso se quer destacar a estreita relação que existe entre avaliação e concepção sobre a Matemática; portanto, se se aspira superar a abordagem tradicional do ensino da Matemática, é necessário assumir uma visão ampla do que significa "saber matemática", o que vai além das manipulações algorítmicas e implica: valorizar a Matemática, raciocinar matematicamente, comunicar os fatos matemáticos, resolver problemas e gerar autoconfiança fortalecendo o próprio Autoconceito Matemático.

7. Mostrar as ligações que a Matemática tem com outras disciplinas e, também, os que existem entre as diferentes áreas que a constituem. A Matemática, enquanto criação cultural, não está desligada de outras produções que são resultado do talento humano, especialmente as que correspondem ao âmbito científico; por este motivo, durante suas experiências com a Matemática Escolar, os alunos devem participar em situações que lhes permitam apreciar a aplicabilidade da Matemática na abordagem de problemas de outras disciplinas; além disso, devem ser dadas oportunidades para que relacionem as diferentes áreas constitutivas da Matemática, de modo que possam constatar que a Matemática não é formada por temas fragmentados, isolados ou desconectados entre si.
8. Apresentar situações problemáticas para as quais exista mais de uma via de solução e mais de uma resposta correta, estimulando assim a criatividade dos alunos. Isso significa que nos exemplos e exercícios que os professores usam durante suas aulas e em que são inseridos nos livros de texto e usados nas provas para verificar a aprendizagem da matemática, deve-se incluir, tanto quanto possível situações de problemas que tornam viáveis várias abordagens em prol da sua solução, o desenho de modos inovadores de resolução assim como a possibilidade de oferecer mais de uma solução; para este propósito deve-se evitar o alto consumo de tempo que implica a realização manual de cálculos tediosos, por isso recomenda-se o uso de calculadoras (tanto as simples como as gráficas) para realizá-los e assim garantir que os alunos tenham mais tempo para a reflexão.
9. Oferecer uma visão unificada da matemática. É necessário superar a abordagem do ensino da Matemática baseada em objetivos específicos associados com técnicas operacionais que são aplicadas em exercícios particulares, pois com isso se propicia

a instalação de uma visão fragmentada da disciplina; um exemplo é dado pela apresentação dos números inteiros, os vetores no plano real e as matrizes reais de ordem n (número natural) junto com sua correspondente operação de adição (de inteiros, vetores e matrizes, respectivamente); do ponto de vista algébrico são instâncias da mesma estrutura, mas geralmente se apresentam como objetos matemáticos totalmente diferentes que não têm nada em comum.

10. Promover nos alunos o hábito da escrita matemática. Nas atividades dentro da sala de aula das aulas de Matemática, assim como as que são realizadas fora dela, os alunos devem contar com variadas oportunidades para comunicar por escrito fatos intramatemáticos ou extramatemáticos, usando tanto a sua língua materna como os diferentes modos escriturais da Matemática; assim haverá oportunidades para usar as linguagens geométrica, algébrico, gráfico, tabular, matricial, diagramática, entre outros; Isso contribui para a compreensão por parte dos alunos de que a matemática também é um meio que pode ser usado para se comunicar de forma habitual.
11. Dar a palavra aos alunos na sala de aula. No ensino tradicional de Matemática, geralmente, o monopólio da palavra é do professor; a maior parte do tempo da classe é o professor que está falando e os alunos só tomam "notas", replicam o que o professor tem mostrado e, Eventualmente, trabalham de forma individual para "praticar" a técnica operatória que o professor "explicou". Esta situação deve ser radicalmente modificada. Para isso é preciso colocar os alunos em situações nas quais eles têm um desempenho mais protagonista; e assim podem revelar seus talentos matemáticos e encontrar estímulo ao seu desenvolvimento.

12. Estimular a discussão. A maioria do que é falado na sala de aula de matemática vem do professor e não dos alunos. Em uma típica aula de matemática, os alunos tomam notas, praticam o que o professor demonstrou, e depois trabalham individualmente para aperfeiçoar a técnica. Nada disso compromete a mente do aluno tão eficazmente quanto a argumentação e discussão entusiástica. Argumentos na busca de provas convincentes são a essência dos métodos matemáticos. Isso só pode ser aprendido fazendo, não ouvindo.

Referências.

ALVES, Luana Lea. A importância da Matemática nos anos iniciais. In: XXII EREMATZUL, Curitiba, 21-23 julho 2016.

<https://wp.ufpel.edu.br/geemai/files/2017/11/A-IMPORT%C3%82NCIA-DA-MATEM%C3%81TICA-NOS-ANOS-INICIAS.pdf>

BACHELARD, Gaston. *A Formação do Espírito Científico: contribuição para uma psicanálise do Conhecimento*. Tradução Estela dos Santos Abreu. 5ª reimpressão. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

BITTENCOURT, Jane. Obstáculos epistemológicos e a pesquisa em didática da matemática. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, v. 5, n. 6, p. 13-17, 1998.

COLINS, Fabio; GONÇALVES, Tadeu Oliver. Aspectos Neurocognitivos da Aprendizagem Matemática. In: IV CINTEDI – Congresso Internacional de Educação Inclusiva, 2021, Universidade Estadual da Paraíba, *Anais do Congresso Internacional de Educação e Inclusão - CINTEDI* | ISSN: 2359-2915. Editora Realize, 2021, (1-12)

<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/72393>

D'AMBROSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In M. A. V. Bicudo (org.), *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. (pp. 97-115). Editora da Universidade Estadual Paulista. 1999.

DANTAS LIRA, João Victor; RAMALHO DA SILVA, Maria Vitória; DA SILVA NETO, João Ferreira. DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: O QUE DIZEM AS PESQUISAS RECENTES. *Educação Matemática em Revista - RS*, [S. l.], v. 1, n. 25, 2024. DOI: 10.37001/EMR-RS.v.1.n.25.2024.p.54-61. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/3922>. Acesso em: 15 jul. 2025.

DIAS, Ana Lúcia Braz; SHEIKHNAVASSI, Tony Salvatore. Obstáculos didáticos e epistemológicos no ensino de Frações: insights de um curso para professores

em formação. *6º Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática; 9, 10 e 11 de outubro de 2024*. Universidade Estadual de Montes Claros — Montes Claros (MG).

<https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/fncm/article/download/729/439/4016>

ESCOBAR, Mónica; GRIMALDI, Verónica. El conocimiento matemático como derecho. Nuevas coordenadas políticas para pensar y transformar las prácticas de enseñanza. *IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*; Ensenada, Argentina, 28-30 de octubre de 2015. ISSN 2250-8473. Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación.

https://repositoriosdigitales.mincyt.gob.ar/vufind/Record/MemAca_fb7fbc810b55b98a3c6632e9224baff3. 2015.

FOGEL, Alan. O contexto sociocultural e histórico dos estudos do desenvolvimento. *Psicol. Reflex. Crit.* 13 (2) • 2000 <https://doi.org/10.1590/S0102-79722000000200010>.

FREITAS FARIA, R. S.; FERREIRA DE SOUZA, M. A. V. .; LIMA FARIA, L. H. Autoconceito e Desempenho em Matemática: uma análise de relações. *Boletim GEPEM*, [S. l.], n. 69, p. 141 –, 2016. DOI: 10.69906/GEPEM.2176-2988.2016.105. Disponível em:

<https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/105>. Acesso em: 15 jul. 2025.

FUNDICE, Elias; FRANCISCO, Victoria. AUTOCONCEITO EM MATEMÁTICA DE ALUNOS DO ENSINO SECUNDÁRIO MOÇAMBICANO. *Revista Nova Paideia - Revista Interdisciplinar em Educação e Pesquisa*, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 86–105, 2024. DOI: 10.36732/riep.v6i2.409. Disponível em:

<https://ojs.novapaideia.org/index.php/RIEP/article/view/409>. Acesso em: 15 jul. 2025.

GÓMEZ CHACÓN, I. M^a. Título: Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional. En J. Carrillo (ed.) *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas*. pp 197-227 Editorial: Universidad de Huelva.: Huelva ISBN: 84-95699-68-0. 2002.

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Agenda latinoamericana de investigación en educación matemática para el siglo XXI. *Educación Matemática*, 12 (1), pp. 107-128. México: Grupo Editorial Iberoamérica, S.A., de C. 2000.

<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/08Gonzalez.pdf>

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Cognición matemática1 ¿Modelo de Inteligencia o para el desarrollo de la inteligencia?. *ACTA SCIENTIAE*, Canoas v.5, n.1 p. 7 - 33 jan./jun. 2003.

<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/141/131>

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Como Desenvolver Aulas de Matemática Centradas na Resolução de Problemas. *REMATEC*, Belém, v. 19, n. 52, p. e2024002, 2024. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-

3141.2024.n52.e2024002.id729. Disponível em:
<https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/729>. Acesso em: 15 jul. 2025.

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Metacognición y tareas intelectualmente exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos. *Zetetike*, Campinas, SP, v. 6, n. 1, p. 59–87, 1998. DOI: 10.20396/zet.v6i9.8646808. Disponível em:
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646808> . Acesso em: 15 jul. 2025.

GUZMÁN, M. De (1991). *Para Pensar Mejor*. Barcelona (España): Editorial Labor, S. A.

HIDALGO, Belkys Pastora; GONZALEZ, Fredy Enrique. Metabolización de información: un modelo dinámico para interpretar el proceso de producción de conocimiento. *Investigación y Postgrado*, Caracas , v. 24, n. 1, p. 010-045, enero 2009 . Disponible en
http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-00872009000100002&lng=es&nrm=iso. accedido en 15 jul. 2025.

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo. *Creencias y concepciones en Encuentros Edumáticos*. f250. Tesis doctoral no publicada. Doctorado en Educación. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas, Venezuela. 2008.

MIHALKO, J. C. [1978] The answers to the prophets of doom: mathematics teacher education In D B Aichele (ed), *Mathematic's teacher education: critical issues and trends*. Washington DC: National Education Association.

MODEL, S. L. *Dificuldades de alunos com a simbologia Matemática* 2005. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

PAPANI, F. M. G.; LANGER, A. E. S.; RIBEIRO, D. M.; VILLWOCK, R. Ampliando os significados dos conceitos matemáticos abordados no ensino fundamental I / Expanding the meaning of mathematical concepts covered in elementary school I. *Brazilian Journal of Development*, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 18592–18598, 2022. DOI: 10.34117/bjdv8n3-206. Disponível em:
<https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/45261>. Acesso em: 15 jul. 2025.

PESSANHA, Márlon. OBSTÁCULOS COGNITIVO-EPISTEMOLÓGICOS E MODELOS EXPLICATIVOS NO ESTUDO SOBRE A ESTRUTURA DA MATÉRIA NAS AULAS DE FÍSICA. *Investigações em Ensino de Ciências*, [S. l.], v. 23, n. 2, p. 383–405, 2018. DOI: 10.22600/1518-8795.ienci2018v23n2p383. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2018v23n2p383> Disponível em:
<https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/1043>. Acesso em: 15 jul. 2025.

ROMERO LÓPEZ, José Javier. *La Enseñanza y el Aprendizaje de los Números Complejos: un caso con profesores de Matemática en Formación*. f350. Tese. Programa Interinstitucional de Doctorado en Educación, Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Insituto Pedagógico de Barquisimeto), Barquisimeto, Estado Lara, Venezuela, 2009.

SANTOS, Silvano Messias dos; ALMEIDA, Inês Maria Marques Zanforlin Pires de. Medo de Matemática e Trauma na Relação com o Aprender: uma leitura psicanalítica. *Bolema*, Rio Claro (SP), v.36, n.74, p.1273-1292, dez. 2022, <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a16>

TÓRTORA, Evandro; SANDER, Giovana Pereira; PIROLA, Nelson Antonio. UM ESTUDO SOBRE AS ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA COM ALUNOS DO CURSO DE PEDAGOGIA. XI Encontro Nacional de Educação Matemática Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ISSN 2178–034X. (1-13). https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/2462_1708_ID.pdf

WANDER, Alberto José; VIZOLLI, Idemar. Obstáculos Epistemológicos Inerentes ao Conceito de Fração: um estado do conhecimento. REMATEC, Belém, v. 17, p. 48–66, 2022. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p48-66.id499. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/13>. Acesso em: 15 jul. 2025.

WOOD, E. F. Math anxiety and elementary teachers: What does research tell us? *For the learning of mathematics*, New Westminster, v. 8, n.1, p. 8-13, 1988.