PRISMAS E PIRÂMIDES NO ENSINO FUNDAMENTAL:

construção do conhecimento geométrico a partir da investigação

Hugo Cardoso da Cruz

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
(<https://orcid.org/0009-0003-2008-1629>)

Tamiles da Silva Oliveira

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
(<https://orcid.org/0000-0002-6627-6320>)

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
(<https://orcid.org/0009-0004-1492-7402>)

RESUMO:

Este estudo tem como objetivo desenvolver o planejamento de uma sequência de ensino fundamentada em uma metodologia investigativa, explorando os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele para o ensino de prismas e pirâmides. A proposta busca estruturar um percurso de aprendizagem progressivo, permitindo que os estudantes avancem gradualmente na compreensão dos sólidos geométricos, partindo da visualização e análise de suas propriedades até a dedução informal e o desenvolvimento dos conceitos em contextos reais. A organização da sequência seguirá os momentos de matematizar, metodologia que favorece a investigação e a participação ativa dos estudantes, proporcionando um ensino dinâmico e contextualizado. Além disso, a estrutura didática será alinhada às fases do aprendizado da Teoria de Van Hiele, garantindo uma transição planejada entre os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico. A análise dessa proposta planejamento da sequência de ensino indicou possibilidades de potencializar a aprendizagem dos conceitos de prisma e pirâmide, identificando avanços cognitivos e desafios na aprendizagem. Espera-se que essa sequência contribua para um ensino de geometria que incentive o pensamento crítico e investigativo. Por fim, Este estudo abre espaço para futuras pesquisas que possam explorar a implementação dessa abordagem em sala de aula, ampliando seu impacto para outros conceitos geométricos e contextos educacionais.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria de Van Hiele. Sequência de ensino. Pensamento Geométrico. Educação Básica.

PRISMS AND PYRAMIDS IN ELEMENTARY EDUCATION:

construction of ceometric knowledge through investigation

Abstract:

This study aims to develop a teaching sequence plan based on an investigative methodology, exploring Van Hiele's levels of geometric thinking for teaching prisms and pyramids. The proposal seeks to structure a progressive learning path, allowing students to gradually advance in their understanding of geometric solids, from visualization and analysis of their properties to informal deduction and the development of concepts in real-world contexts. The sequence will be organized according to mathematization moments, a methodology that encourages inquiry and active student participation, providing dynamic and contextualized teaching. Furthermore, the didactic structure will be aligned with the learning phases of Van Hiele's Theory, ensuring a planned transition between the levels of geometric

thinking development. Analysis of this proposed teaching sequence plan indicated possibilities for enhancing the learning of prism and pyramid concepts, identifying cognitive advances and learning challenges. It is hoped that this sequence will contribute to geometry teaching that encourages critical and investigative thinking. Finally, this study opens the door for future research that can explore the implementation of this approach in the classroom, expanding its impact to other geometric concepts and educational contexts.

KEYWORDS: Van Hiele Theory. Teaching Sequence. Geometric Thinking. Basic Education.

PRISMAS Y PIRÁMIDES EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA:

construcción de conocimiento geométrico a través de la investigación

Resumen:

Este estudio busca desarrollar un plan de enseñanza basado en una metodología investigativa, explorando los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele para la enseñanza de prismas y pirámides. La propuesta busca estructurar una ruta de aprendizaje progresiva que permita a los estudiantes avanzar gradualmente en su comprensión de los sólidos geométricos, desde la visualización y el análisis de sus propiedades hasta la deducción informal y el desarrollo de conceptos en contextos del mundo real. La secuencia se organizará según momentos de matematización, una metodología que fomenta la indagación y la participación activa del estudiante, proporcionando una enseñanza dinámica y contextualizada. Además, la estructura didáctica se alinearán con las fases de aprendizaje de la Teoría de Van Hiele, asegurando una transición planificada entre los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico. El análisis de este plan de enseñanza propuesto indicó posibilidades para mejorar el aprendizaje de los conceptos de prismas y pirámides, identificando avances cognitivos y desafíos de aprendizaje. Se espera que esta secuencia contribuya a una enseñanza de la geometría que fomente el pensamiento crítico e investigativo. Finalmente, este estudio abre la puerta a futuras investigaciones que puedan explorar la implementación de este enfoque en el aula, expandiendo su impacto a otros conceptos geométricos y contextos educativos.

PALABRAS CLAVE: Teoría de Van Hiele. Secuencia de enseñanza. Pensamiento geométrico. Educación básica.

1 INTRODUÇÃO

Os estudos na área de Educação Matemática vêm analisando os processos de ensino e aprendizagem, bem como a forma como o conhecimento matemático é construído ao longo da trajetória educacional (Becker, 2019; Rafael; Brito, 2020; Pontes; Castro, 2020; Rodrigues; Elias; Trevisan, 2022). Nessa perspectiva, um dos objetivos dessa área é possibilitar que o estudante desenvolva autonomia intelectual em relação ao saber escolar adquirido, permitindo que compreenda e interaja ativamente com o mundo ao seu redor. Nesse contexto, o saber escolar é formado por um conjunto de conteúdos estruturados na organização curricular, distribuídos entre diversas disciplinas e apresentados em materiais como livros didáticos, programas educacionais e outros recursos de ensino (Pais, 2011).

A relevância da matemática para outras disciplinas é evidente, tanto na prática quanto na integração dos conhecimentos. Contudo, as dificuldades enfrentadas por muitos estudantes em compreender conceitos abstratos acabam tornando o aprendizado desafiador e, muitas vezes, desmotivador. Esse cenário reflete diretamente no ensino de unidades temáticas específicas, como a Geometria (Silva, 2011).

Pavanello (1993) destaca que, após a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação em 1971, a autonomia concedida aos professores permitiu ajustes nos currículos, mas também resultou na redução do destaque dado à Geometria. Essa unidade temática, muitas vezes excluída ou deixada para o final do ano letivo por receios e limitações dos docentes, foi enfraquecida, o que evidencia as consequências do desinteresse dos estudantes (Almouloud *et al.*, 2004, p. 96).

Para superar as dificuldades enfrentadas no aprendizado dessa unidade temática, é importante adotar uma metodologia interativa e gradual. Assim, a Teoria de Van Hiele, que descreve o desenvolvimento do pensamento geométrico em cinco níveis, visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor, oferece uma estrutura para orientar os estudantes por meio do processo de aprendizagem.

Diversos estudos demonstram que a Teoria de Van Hiele potencializa a aprendizagem da Geometria ao organizar a evolução do pensamento geométrico em cinco níveis progressivos (Santos; Amâncio, 2021; Leite; Cavalcante; Pachêco, 2023). Quando esse arcabouço é combinado a recursos de tecnologia educacional, os ganhos se amplificam: as aulas tornam-se mais interativas, favorecem a visualização dinâmica dos objetos e elevam o desempenho dos estudantes (Santos; Silva; Silva, 2021; Rodrigues; Kaiber, 2019; Silva; Gayeski, 2018). A literatura, portanto, converge para a importância de metodologias cuidadosamente planejadas, a fim de assegurar um ensino de Geometria consistente.

Entretanto, para que esse modelo seja eficaz é essencial que o estudante esteja empenhado em explorar os conceitos geométricos de forma ativa. Diante disso, acredita-se que a junção desse modelo com a metodologia dos Momentos de Matematizar (Santana; Couto, 2024), pode proporcionar aos estudantes uma compreensão dos conceitos geométricos.

Santana e Couto (2024) destacam que os momentos de matematizar favorecem a interação entre professores e estudantes, promovendo a integração de

atitudes, valores, procedimentos e conhecimentos declarativos. Essa abordagem crítica contribui para o desenvolvimento de competências e a ampliação das oportunidades de aprendizagem dos estudantes.

Com base na reflexão de Santana e Couto (2024), percebe-se que os Momentos de Matematizar são planejados para integrar o diálogo entre professor e estudante, promovendo não apenas a construção do saber ser, saber fazer e saber dizer, mas também auxiliando na prática desses conhecimentos. Esses momentos conectam os estudantes à utilização concreta do conhecimento, o que é especialmente relevante para o ensino de geometria, proporcionando oportunidades para o desenvolvimento de habilidades que auxiliam na percepção espacial e no raciocínio lógico.

Nesse sentido, é fundamental reconhecer os impactos negativos da deficiência no ensino da Geometria, como dificuldades na interpretação do ambiente e no fortalecimento do pensamento lógico. Conforme D'Ambrósio (2002), o aprendizado geométrico deve ser estruturado em etapas, passando por exploração prática, experimentação, resolução de problemas e a formulação de conjecturas e demonstrações. Nesse contexto, a Teoria de Van Hiele contribui como um recurso eficaz, oferecendo uma abordagem gradual que organiza o pensamento geométrico em níveis.

Nessa perspectiva, este trabalho tem como objetivo desenvolver uma sequência de ensino fundamentada em uma metodologia investigativa, explorando os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele para o ensino de prismas e pirâmides. Diante disso, surge a seguinte questão de pesquisa: de que maneira é possível estruturar uma sequência de ensino baseada na metodologia investigativa, considerando os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele, para o ensino de prismas e pirâmides?

Assim, o estudo busca contribuir para o ensino da geometria ao proporcionar uma abordagem investigativa, baseada nos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele. Espera-se que a sequência de ensino elaborada amplie a compreensão dos estudantes sobre prismas e pirâmides, tornando o aprendizado mais dinâmico e significativo.

2 A TEORIA DE VAN HIELE

A Teoria de Van Hiele, desenvolvida pelos educadores holandeses Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele em suas teses de doutorado na Universidade de Utrecht, propõem que a aprendizagem da geometria ocorre de forma hierárquica, passando por diferentes níveis de desenvolvimento cognitivo. Esses níveis influenciam diretamente a maneira como os estudantes compreendem conceitos geométricos e orientam a melhor abordagem para o ensino, garantindo uma progressão eficaz no aprendizado. O Quadro 1 apresenta os níveis do pensamento geométrico dessa teoria e suas respectivas descrições.

Quadro 1 – Níveis do pensamento geométrico de Van Hiele

Nível	Descrição
Visualização (nível 0)	Nesse nível, os estudantes reconhecem figuras geométricas como um todo, sem considerar suas propriedades. Por exemplo, uma criança pode identificar um quadrado porque "parece um quadrado".
Análise (nível 1)	Os estudantes passam a identificar propriedades das figuras geométricas, como lados paralelos ou ângulos congruentes, mas ainda não estabelecem relações entre elas. Nesse nível, o aluno consegue identificar que um retângulo tem quatro ângulos retos.
Dedução Informal (nível 2)	Os estudantes começam a compreender relações entre propriedades e a formular definições. Eles percebem que certas propriedades implicam em outras e deduções simples podem ser entendidas.
Dedução Formal (nível 3)	Neste nível, os estudantes são capazes de construir demonstrações matemáticas formais e diferenciar condições necessárias de condições suficientes.
Rigor (nível 4)	Aqui os estudantes conseguem manipular sistemas matemáticos, compreender e escrever provas matemáticas abstratas. É nesse nível que os estudantes compreendem geometrias não-euclidianas.

Fonte: Elaborado pelos autores baseado em Usiskin (1982).

Conforme Usiskin (1982), a Teoria de Van Hiele estabelece cinco propriedades fundamentais para o desenvolvimento do pensamento geométrico. (1) *Sequência fixa*: a progressão entre os níveis deve ocorrer de forma ordenada, ou seja, um estudante não pode avançar para o nível "n" sem antes passar pelo nível "n-1". (2) *Adjacência*: conceitos inicialmente implícitos em um nível tornam-se explícitos no nível seguinte. (3) *Distinção*: cada nível possui uma linguagem própria e uma estrutura única de relações. (4) *Separação*: indivíduos que operam em níveis distintos podem ter dificuldades de compreensão mútua, visto que se comunicam de maneiras diferentes.

(5) *Realização*: a transição de um nível para outro ocorre por meio de cinco fases que não seguem uma ordem rígida: questionamento ou informação, orientação direta, explicitação, orientação livre e integração. As características dessas fases estão detalhadas no Quadro 2

Quadro 2 – Fases de aprendizagem da Teoria de Van Hiele

Fase de aprendizagem	Características da fase
Questionamento ou Informação (fase 1)	<ul style="list-style-type: none">• Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo.• Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido.• O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.
Orientação Direta (fase 2)	<ul style="list-style-type: none">• Os estudantes exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor.• As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.
Explicitação (fase 3)	<ul style="list-style-type: none">• O papel do professor é o de observador.• Os estudantes trocam experiências, os pontos de vista diferentes contribuirão para cada um analisar suas ideias.
Orientação Livre (fase 4)	<ul style="list-style-type: none">• Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.
Integração (fase 5)	<ul style="list-style-type: none">• O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes ideias

Fonte: Alves e Sampaio (2010, p. 3).

As fases do aprendizado mencionadas anteriormente fornecem uma estrutura sólida para compreender os níveis de desenvolvimento do pensamento. Cada etapa desempenha um papel fundamental na construção do conhecimento e na ampliação do entendimento conceitual. Com essa base teórica consolidada, a próxima seção explora os momentos de matematizar, metodologia adotada para a elaboração da sequência.

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa adota uma abordagem qualitativa (Bogdan; Biklen, 1994), buscando desenvolver uma sequência de ensino voltada para estudantes da educação básica, com o objetivo de explorar conceitos geométricos. A organização da sequência segue um planejamento que apresenta gradativamente diferentes

situações, levando em conta a complexidade dos conceitos abordados. Além disso, a proposta visa proporcionar aos estudantes oportunidades para analisar e confrontar relações, propriedades e teoremas que sustentam a compreensão e o desenvolvimento desses conceitos (Santana; Cazorla, 2020).

Nesse contexto, a proposta metodológica deste trabalho é uma sequência de ensino elaborada com base nos momentos de matematizar (Santana; Couto, 2024) e na Teoria de Van Hiele. Segue abaixo o Quadro 3 com informações da sequência de ensino.

Quadro 3 – Informações da Sequência de ensino

Tema:	Do Formato das Nossas Casas à Aprendizagem de Prismas e Pirâmides.
Carga horária:	Sete horas-aula.
Recursos:	Quadro branco, piloto, datashow, cola, tesoura, sala de informática, cartolina e papel cartão.
Objetivo geral:	Compreender as características de prismas e pirâmides a partir de objetos presentes no cotidiano.
Objetivos específicos:	<ul style="list-style-type: none">• Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.• Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

O Quadro 3 apresenta os elementos da sequência de ensino, destacando o tema, a carga horária e os recursos necessários para a abordagem didática. A proposta foi desenvolvida com o objetivo de que os estudantes compreendam as características de prismas e pirâmides a partir de objetos presentes do cotidiano. Destinada a turmas do sexto ano do ensino fundamental anos finais, essa sequência se baseia nos níveis de pensamento geométrico propostos pela Teoria de Van Hiele, que busca favorecer a construção do conhecimento geométrico de maneira dinâmica e interativa, incentivando a investigação e o desenvolvimento prático dos conceitos estudados.

A escolha desse nível de ensino como foco do estudo se deu a partir de um recorte de uma pesquisa mais ampla¹, na qual foi elaborado um instrumento diagnóstico para avaliar a compreensão dos estudantes em três turmas do sexto ano do ensino fundamental anos finais sobre conceitos geométricos. Os resultados dessa avaliação evidenciaram que a situação com menor índice de acertos estava relacionada a prismas e pirâmides, indicando um baixo desempenho na aprendizagem desses conceitos. Diante desse resultado, aprofundou-se a investigação sobre essa dificuldade, a partir da elaboração de uma sequência de ensino com base em uma metodologia investigativa que integra os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele.

Com essa perspectiva, os momentos de matematizar foram adotados como metodologia central da sequência, servindo como base para a organização das aulas e a construção dos conteúdos abordados. Essa metodologia, proposta por Santana e Couto (2024), caracteriza-se como investigativa, e é estruturada em cinco momentos distintos: matematizar com um tema, matematizar com problematização, matematizar com dados, informações e registros, matematizar com definição e matematizar para a conclusão. O esquema desses momentos pode ser observado na Figura 1.

Fonte: Santana; Couto (2024, p. 171).

A Figura 1 apresenta os momentos de matematizar, que se refere a uma metodologia investigativa para o ensino apoiado em situações reais (manipuláveis ou

¹Intitulada processo formativo on-line e desenvolvimento profissional de professores de matemática. Aprovada pelo conselho de ética sob parecer 6.578.649 e número CEEA: 68965923.9.3002.5208.

das ideias), permitindo que os estudantes construam um conhecimento de forma ativa e com sentido para a vida.

As setas indicam a conexão entre os diferentes momentos da aula. Embora não haja obrigatoriedade de seguir uma ordem fixa, esses momentos podem ser intercalados conforme as necessidades de aprendizagem dos estudantes. No entanto, é importante ressaltar que o momento de definição dos conceitos não deve ocorrer logo no início da aula, pois é fundamental oferecer oportunidades para que os alunos vivenciem os conceitos por meio do tema proposto.

O primeiro momento, matematizar com um tema, estabelece um contexto relevante que conecta os conceitos matemáticos ao cotidiano dos estudantes, tornando a aprendizagem mais próxima de suas experiências. Em seguida, matematizar com problematização incentiva a reflexão, levando os estudantes a formular questões que direcionam sua investigação acerca do tema.

No terceiro momento, matematizar com dados, informações e registros, os estudantes coletam e organizam informações essenciais para fundamentar o raciocínio sobre a situação dada, consolidando suas análises. Posteriormente, matematizar com definição possibilita a construção e formalização dos conceitos com base nas descobertas feitas ao longo do processo, promovendo uma sistematização do conhecimento adquirido. Por fim, matematizar para a conclusão permite que a partir das conclusões estabelecidas durante a sequência, os estudantes podem promover ações que impactam para além da sala de aula e responde a(s) questão(ões) de investigação elaborada(s).

No Quadro 4, são apresentadas as características da implementação de cada um dos momentos de matematizar na sequência de ensino, detalhando como essa abordagem contribui para a construção do pensamento matemático dos estudantes.

Quadro 4 – Descrição dos momentos de matematizar na sequência

Momentos de Matematizar	Descrição
Matematizar com um tema	Serão realizadas atividades em sala de aula como vídeos, interação com objetos manipuláveis para que os estudantes possam visualizar e interagir com prismas e pirâmides, e além disso vão responder uma atividade.
Matematizar com problematização	Os estudantes construirão a maquete de uma cidade utilizando embalagens em formatos de prismas e pirâmides.

	A partir dessa maquete, será formulada uma questão de investigação.
Matematizar com dados, informações e registros	Pesquisar e socializar informações sobre construções que apresentam formatos geométricos de prisma e pirâmides, realizarão uma atividade prática.
Matematizar com definição	O professor utilizará os materiais da atividade prática para, em conjunto com os estudantes, definir os conceitos de vértices, faces e arestas.
Matematizar para conclusão	Neste momento os estudantes, junto ao professor, responderão à questão de investigação formulada no momento de matematizar com problematização.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

O Quadro 4 apresenta as ideias dos cinco momentos de matematizar para explorar os conceitos de prismas e pirâmides. A abordagem inicia-se com atividades de visualização e manipulação de objetos tridimensionais, avança para a construção de uma maquete investigativa, passa pela socialização de informações e análise prática, até alcançar a definição dos conceitos geométricos fundamentais, como vértices, faces e arestas. O momento de conclusão permite que os estudantes consolidem seus aprendizados ao responderem à questão investigativa formulada previamente, evidenciando a articulação entre as etapas do ensino.

Os momentos propostos visam uma evolução estruturada do pensamento geométrico, possibilitando que os estudantes desenvolvam suas habilidades de forma progressiva e investigativa. Nesse sentido, os momentos de matematizar (Santana; Couto, 2024) incentivam experiências práticas e conceituais, com cenários para que ocorra uma aprendizagem contextualizada. Além disso, a integração dessa metodologia com a Teoria de Van Hiele permite uma avaliação detalhada da evolução cognitiva dos estudantes na compreensão de prismas e pirâmides, facilitando o diagnóstico do nível de abstração e raciocínio matemático alcançado por cada estudante.

Para aprofundar essa análise, a sequência será examinada sob a perspectiva da Teoria de Van Hiele, considerando tanto os níveis de pensamento geométrico quanto as fases do aprendizado. Inicialmente, será identificado o nível de desenvolvimento de cada momento, verificando sua posição entre visualização, análise e dedução informal. Em seguida, serão exploradas as cinco fases do aprendizado, desde a introdução inicial até a integração do conhecimento por meio de

atividades práticas e investigativas. Por fim, as estratégias pedagógicas serão avaliadas, buscando compreender de que forma os estudantes podem avançar gradualmente no pensamento geométrico e conectar os conceitos à realidade.

4 ANALISANDO A SEQUÊNCIA

A apresentação da sequência aborda os momentos de matematizar, detalhando cada etapa e sua contribuição para o aprendizado de prismas e pirâmides. Após a descrição de cada momento, foi realizada uma análise, relacionando as atividades aos níveis da Teoria de Van Hiele, evidenciando como os estudantes evoluem do nível de visualização para análise e dedução informal.

4.1 Matematizar com o tema: (Tempo: uma aula de 50 minutos)

Neste momento, os estudantes assistirão a um vídeo (Figura 2) que apresenta sólidos geométricos, incluindo representações de prismas e pirâmides.

Figura 2 – Exemplo de vídeo de sólidos geométricos

Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=qEm11EDh5U&t=3s>

Após assistirem ao vídeo, o professor explicará aos estudantes que o foco da aula será em prismas e pirâmides. Em seguida, solicitará que os estudantes reflitam e citem objetos do cotidiano que possuam formatos similares aos prismas e pirâmides apresentados no vídeo.

Logo depois, os estudantes formarão grupos e receberão um prisma e uma pirâmide, cujas bases serão determinadas pelo professor, para que analisem e registrem suas semelhanças e diferenças. Em seguida, um representante de cada grupo apresentará as respostas coletivas. Caso ocorram erros conceituais, espera-se

que os demais grupos contribuam para corrigi-los; se necessário, o professor intervirá para oferecer esclarecimentos.

Por fim, o professor solicitará que para a próxima aula os estudantes formem grupos e tragam embalagens nos formatos de prismas e pirâmides, além de materiais como cola e tesoura. Eles também deverão realizar uma pesquisa sobre objetos do cotidiano com esses formatos. Além disso, cada aluno realizará individualmente uma atividade composta por questões relacionadas aos conceitos de prismas e pirâmides, permitindo ao professor avaliar o nível de compreensão dos estudantes com base na Teoria de Van Hiele e planejar a próxima aula de forma mais direcionada.

Figura 3 – Atividade 1

<p>Atividade 1</p> <p>1º) Veja a planificação abaixo.</p> <p>Qual o sólido geométrico que representa essa planificação?</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p> <p>2º) Observe as planificações, a seguir:</p> <p>As planificações acima respectivamente correspondem a:</p> <p>a) Prisma e cone. b) Cubo e pirâmide de base quadrangular. c) Quadrado e triângulo. d) Cone e cubo.</p>	<p>3º) Ligue os sólidos geométricos às suas respectivas planificações.</p> <p> </p> <p>4º) Observe os sólidos geométricos da questão 4, e informe seus respectivos nomes:</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
---	---

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

A estrutura do momento de matematizar com o tema está alinhada à Teoria de Van Hiele, permitindo que os estudantes avancem progressivamente no pensamento geométrico. O vídeo inicial introduz os sólidos geométricos por meio da visualização, correspondendo ao *nível 0 – Visualização* (Crowley, 1994), no qual os estudantes identificam figuras com base na aparência. Ao relacionar esses sólidos a objetos do cotidiano, a proposta favorece a transição para o *nível 1 – Análise* (Crowley, 1994),

momento em que os estudantes começam a compreender as propriedades das formas geométricas.

O trabalho em grupo, focado na análise comparativa de prismas e pirâmides, segue as *fases do aprendizado* (Alves; Sampaio, 2010) da teoria. Inicialmente, os estudantes exploram a *informação* e a *orientação dirigida* ao observarem as figuras e refletirem sobre suas características. Em seguida, a fase de *explicação* ocorre no registro das conclusões e na socialização das respostas, favorecendo a organização do conhecimento. Por fim, a *orientação livre* é estimulada por meio da pesquisa e da manipulação de embalagens com formatos geométricos, permitindo que os conceitos sejam consolidados na prática.

A atividade final atua como uma avaliação diagnóstica, auxiliando o professor na identificação do nível de cada estudante dentro da Teoria de Van Hiele. A partir desse diagnóstico, é possível ajustar o planejamento e promover um progresso estruturado na aprendizagem. Assim, esse modelo de ensino favorece uma evolução sólida do pensamento geométrico, estimulando a construção gradual do conhecimento e o desenvolvimento dos conceitos de forma contextualizada.

4.2 Matematizar com Problematização: (Tempo: duas aulas de 50 minutos)

Neste momento, o professor solicita que os estudantes compartilhem as respostas que encontraram a pesquisa realizada como atividade para casa na última aula, cuja questão era: Quais objetos do nosso dia a dia têm o formato de prismas e pirâmides? O esperado é que os estudantes comecem a relacionar essas figuras aos formatos de casas, prédios, indústrias e outros elementos do cotidiano. Após esse diálogo inicial, o professor propõe que os estudantes se organizem nos grupos planejados anteriormente e, utilizando as embalagens, a cola, a tesoura e a tinta que trouxeram de casa, construam uma cidade em equipe.

Após a construção da cidade, o professor incentiva os estudantes a formular uma questão de investigação relacionando prismas e pirâmides ao ambiente urbano. Por exemplo, por que a maioria das casas tem formato de prisma e os telhados parecem pirâmides? A partir disso, ele propõe uma nova pesquisa sobre os tipos de prismas e pirâmides mais utilizados na construção de casas.

O momento de matematizar para problematização segue os princípios da Teoria de Van Hiele, promovendo a transição do *nível 1 Análise* para o *nível 2*

Dedução Informal. Inicialmente, os estudantes relacionam prismas e pirâmides a elementos do cotidiano, como casas e prédios, reforçando a compreensão das propriedades geométricas. Essa etapa corresponde à fase de *explicação*, na qual os estudantes verbalizam seus conhecimentos e organizam ideias de maneira estruturada.

Ao construírem uma cidade utilizando embalagens, os estudantes avançam para a fase de *orientação livre*, explorando conceitos geométricos de forma prática e investigativa. O incentivo à formulação de uma questão investigativa aprofunda o pensamento geométrico, preparando os estudantes para o nível 2, onde começam a estabelecer relações entre as formas e seu desenvolvimento no mundo real.

A pesquisa reforça a fase de *integração*, permitindo que os estudantes consolidem o aprendizado por meio da análise dos tipos de prismas e pirâmides mais utilizados na arquitetura. Assim, essa abordagem estimula um desenvolvimento gradual e contextualizado do pensamento geométrico, incentivando a reflexão e o desenvolvimento dos conceitos.

4.3 Matematizar com dados, informações e registros:

Nesse momento, o professor solicitará que os estudantes compartilhem os resultados da pesquisa sobre prismas e pirâmides utilizados na construção de casas, promovendo um primeiro contato com esses conceitos por meio do diálogo. Em seguida, os estudantes serão conduzidos à sala de informática da escola (Opção1), se disponível; caso contrário, será apresentado um plano alternativo (Opção2).

4.3.1 Opção 1 (Tempo: uma aula de 50 minutos)

Na sala de informática, os estudantes serão organizados em duplas ou grupos, conforme a disponibilidade de computadores. Em seguida, acessarão o site GeoGebra e seguirão as instruções previamente explicadas pelo professor.

Passo a passo:

1. Abra o GeoGebra e escolha a Calculadora 3D (Figura 4).

Figura 4 – Procedimento Inicial

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

2. Desenhe a Base do Prisma:

- Utilize a ferramenta "Polígono" para criar um polígono no plano de base (XY). Por exemplo, para criar um prisma triangular, desenhe um triângulo, (Figura 5).

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

- Por exemplo, para criar um prisma de base triangular ou uma pirâmide de base triangular, desenhe um triângulo (Figura 6)

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

3. Crie o Prisma ou a pirâmide:

- Selecione a ferramenta "Prisma ou Pirâmide" (Figura 7).

Figura 7 – Ferramentas

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

- Clique sobre o polígono criado (a base) e arraste para cima ou insira a altura do prisma desejado.
- O GeoGebra gerará automaticamente as faces laterais e ajustará o prisma de acordo com a altura definida (Figura 8).

Figura 8 – Construção dos poliedros

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

4. Planificação do prisma e da pirâmide:

- Para planificar o prisma ou a pirâmide, selecione a opção “Planificações” na barra de ferramentas e clique no sólido, (Figura 9).

Figura 9 – Barra de ferramentas

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Após construírem um prisma e uma pirâmide no GeoGebra, os estudantes realizarão uma atividade 2 (Figura 11) para identificar os elementos dessas figuras geométricas. Eles observarão as estruturas no software, listando características como faces, vértices e arestas. Além disso, deverão compará-las para destacar semelhanças e diferenças.

4.3.2 Opção 2 (Tempo: duas aulas de 50 minutos)

O professor orienta os estudantes a formarem duplas ou grupos maiores, conforme necessário. Cada dupla recebe papel cartão ou cartolina, régua, lápis, tesoura e cola. Após a distribuição dos materiais, o professor dita o passo a passo da atividade (Figura 10).

Figura 10 – Passo a Passo para a construção de prismas

Passo a passo para o Prisma:

- 1-**Escolha a base:** Determine o formato da base do prisma (triangular, quadrada, pentagonal, etc.).
- 2-**Desenhe a base:** Trace o polígono desejado na cartolina ou papel cartão.
- 3-**Criação das faces laterais:** Desenhe retângulos conectados às laterais da base. O número de retângulos deve ser igual ao número de lados da base.
- 4-**Adicione abas:** Inclua pequenas abas nas bordas para facilitar a colagem.

- 5-**Recorte e dobre:** Recorte a forma e dobre as linhas para formar o prisma.

- 6-**Montagem:** Passe cola nas abas e una as faces para facilitar.

Fonte: <https://www.umcomo.com.br/>.

Figura 11 – Passo a Passo para a construção da pirâmide

Passo a passo para a Pirâmide:

- 1-**Escolha a base:** Defina o formato da base da pirâmide (triangular, quadrada, hexagonal, etc.).
- 2-**Desenhe a base:** Trace o polígono correspondente na cartolina ou papel cartão.
- 3-**Criação das faces laterais:** Desenhe triângulos conectados às laterais da base. O número de triângulos deve ser igual ao número de lados da base.
- 4-**Adicione abas:** Inclua pequenas abas nas bordas para facilitar a colagem.

- 5-**Recorte e dobre:** Recorte a forma e dobre as linhas para formar a pirâmide.

- 6-**Montagem:** Passe cola nas abas e una as faces para facilitar.

Fonte: <https://www.umcomo.com.br/>.

Após construírem um prisma e uma pirâmide com papel cartão ou cartolina, os estudantes realizarão a atividade 2 (Figura 11), para identificar as características específicas dessas figuras geométricas. Eles listarão as particularidades de cada estrutura e as compararão, destacando semelhanças e diferenças. Para aprofundar o aprendizado, o professor solicitará como atividade de casa, que os estudantes realizem uma pesquisa sobre os elementos que compõem prismas e pirâmides.

Figura 12– Atividade 2

Atividade 2

1*)Olhando para as figuras montadas no Geogebra ou de papel cartão, responda às seguintes perguntas:

- a) Como é a base do prisma?
- b) Como é a base da pirâmide?
- c) Quais os polígonos que compõem o prisma, e quantos são?
- d) Quais os polígonos que compõem a pirâmides, e quantos são?
- e) Quais as características da pirâmide, e quais as características do prisma?

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

No momento de matematizar com dados, informações e registros, a proposta permite que os estudantes avancem dentro da Teoria de Van Hiele, especialmente nos *níveis 1 – Análise* e *2 – Dedução Informal*. Inicialmente, ao compartilharem os resultados da pesquisa, os estudantes começaram a compreender as propriedades geométricas, identificando os diferentes tipos de prismas e pirâmides. Esse momento corresponde ao nível 1, no qual os estudantes analisam as formas e começam a reconhecer características estruturais como faces, vértices e arestas.

A utilização do GeoGebra ou a construção manual dos sólidos favorece a progressão para o *nível 2 – Dedução Informal*, permitindo que os estudantes estabeleçam relações entre as propriedades das formas geométricas e organizem essas informações de forma lógica. As atividades seguem as cinco fases do aprendizado, iniciando pela fase de *informação*, em que os conceitos iniciais são explorados, seguida da *orientação dirigida*, que ocorre por meio da interação com ferramentas digitais ou materiais concretos.

A atividade comparativa e a criação de um prisma ou pirâmide consolidam a fase de *explicação*, possibilitando que os estudantes verbalizem e registrem suas observações sobre as figuras geométricas. Por fim, a atividade diagnóstica marca a fase de *integração*, momento em que os estudantes reforçam e desenvolvem os conceitos aprendidos, além de realizarem uma nova pesquisa para aprofundar o conhecimento. Esse processo promove um avanço gradual dentro da teoria, incentivando um aprendizado geométrico bem fundamentado e contextualizado.

4.4 Matematizar com definição (Tempo: uma aula de 50 minutos)

Neste momento, o professor solicitará que os estudantes compartilhem as respostas obtidas na pesquisa realizada como atividade para casa na última aula, que abordou a seguinte questão: Quais são os elementos do prisma? E quais são os elementos da pirâmide? O esperado é que os estudantes mencionem os elementos dessas figuras geométricas que serão estudados, ou seja, vértices, faces e arestas.

Após essa etapa, o professor começará a definir esses conceitos. Caso tenha utilizado a Opção 1, recomenda-se apresentar imagens das formas geométricas no software GeoGebra. Se optou pela Opção 2, deverá trazer os modelos construídos com papel cartão ou cartolina, distribuindo os prismas e pirâmides para cada dupla.

Dessa forma, os estudantes poderão visualizar e compreender melhor os conceitos trabalhados.

Para finalizar essa etapa, os estudantes responderão à Atividade 3, (Figura 12), cujo objetivo é avaliar o nível de entendimento dos estudantes após a definição dos conceitos.

Figura 13 – Atividade 3

<u>Atividade 3</u>	
<p>1*) Escreva o nome de cada figura o número de faces, vértices e arestas:</p> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>Vértices: _____ Faces: _____ Arestas: _____ Nome: _____</p></div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>Vértices: _____ Faces: _____ Arestas: _____ Nome: _____</p></div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>Vértices: _____ Faces: _____ Arestas: _____ Nome: _____</p></div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>Vértices: _____ Faces: _____ Arestas: _____ Nome: _____</p></div>	<p>2*) O sólido abaixo representa um prisma de base pentagonal.</p> <p>Pedro encontrou que o número de vértices, arestas e faces, respectivamente:</p> <p>a) 10 vértices, 17 arestas e 8 faces. b) 15 vértices, 10 arestas e 7 faces. c) 10 vértices, 15 arestas e 7 faces. d) 8 vértices, 12 arestas e 6 faces.</p> <p>3*) Analise o sólido abaixo:</p> <p>a) Qual o nome desse sólido: _____ b) Qual a quantidade de vértices, faces e arestas, respectivamente: _____</p> <p>4*) De acordo com os estudos em sala de aula, classifique as alternativas abaixo em V para verdadeira e F para falso:</p> <p>a) () Vértices são os pontos onde as arestas se encontram. b) () Em todo poliedro, o número de vértices é sempre igual ao número de arestas. c) () As faces de um prisma são formadas por polígonos. d) () Um prisma é um sólido formado apenas por vértices e arestas.</p>

Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

No momento de matematizar com definição, os estudantes avançam dentro da Teoria de Van Hiele, consolidando o *nível 1 – Análise*, no qual começam a identificar

as propriedades geométricas dos prismas e pirâmides. Ao compartilharem as respostas da pesquisa, eles reforçam a compreensão dos elementos estruturais dessas formas geométricas (vértices, faces e arestas) e organizam de forma mais estruturada o pensamento sobre suas características.

A abordagem didática segue as fases do aprendizado, iniciando pela *orientação direta*, em que os estudantes exploram conceitos previamente pesquisados, seguida pela fase de *explicitação*, na qual o professor introduz e define os termos fundamentais. A utilização de imagens no GeoGebra ou de modelos físicos construídos facilita a transição para a *orientação livre*, permitindo que os estudantes visualizem e manipulem as figuras geométricas para aprofundar sua compreensão de maneira interativa e prática.

Por fim, essa interação entre *orientação*, *explicitação* e *orientação livre* promove uma integração do conhecimento, gerando uma oportunidade de compreensão dos conteúdos prismas e pirâmides. Esse processo facilita o avanço para níveis mais sofisticados do pensamento geométrico, preparando-os para futuras análises mais complexas e para o desenvolvimento dos conceitos em diferentes contextos.

4.5 Matematizar para conclusão (Tempo: uma aula de 50 minutos)

Neste momento, os estudantes, organizados em grupos, buscarão responder à questão formulada coletivamente durante o Momento de Matematizar com problematização, utilizando as manipulações realizadas, os conceitos construídos e a definição de prisma e pirâmide.

Por exemplo, se a pergunta for: por que, em nossa cidade, a maioria das casas tem formato de prisma e os telhados parecem pirâmides? O esperado é que os estudantes reflitam sobre a estabilidade e a facilidade na distribuição dos espaços internos e externos das construções prismáticas. Em relação aos telhados piramidais, devem considerar a drenagem eficiente da água da chuva e a resistência contra ventos fortes.

Após esse período de reflexão, cada grupo apresentará sua resposta à turma. Com a mediação do professor, será elaborada uma conclusão coletiva.

O momento de matematizar para conclusão representa um avanço dentro da Teoria de Van Hiele, aproximando os estudantes do *nível 2 – Dedução Informal*, etapa

em que começam a relacionar as propriedades geométricas com aplicações práticas. Ao analisarem construções prismáticas e piramidais, os estudantes organizam seus conhecimentos, conectando conceitos geométricos à estrutura e funcionalidade dos edifícios. A reflexão sobre estabilidade, drenagem e resistência aprofunda a compreensão do uso dessas formas no ambiente urbano, tornando o aprendizado mais significativo e contextualizado.

Além disso, o momento segue as fases do aprendizado, destacando a *orientação livre*, na qual os estudantes utilizam os conceitos em um problema real, e a fase de *integração*, onde as respostas coletivas contribuem para consolidar o pensamento geométrico. A mediação do professor na conclusão coletiva garante que possíveis lacunas conceituais sejam ajustadas, preparando os estudantes para níveis mais avançados da teoria.

Com esse processo, os estudantes podem desenvolver um entendimento lógico e crítico das formas geométricas, conectando a matemática ao mundo real e compreendendo como os conceitos estudados influenciam a organização espacial e estrutural do cotidiano.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, buscou-se a elaboração de uma sequência de ensino fundamentada em uma metodologia investigativa, explorando os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele para o ensino de prismas e pirâmides. Sua implementação ocorrerá de forma progressiva, permitindo que os estudantes construam o conhecimento de maneira gradual. O processo começará pela visualização dos sólidos geométricos, avançando para a análise de suas propriedades, a dedução informal e, por fim, o desenvolvimento dos conceitos em contextos reais.

Além disso, os momentos de matematização desempenharão um papel fundamental na condução das atividades, garantindo uma abordagem dinâmica e interativa que incentiva a investigação e a participação ativa dos estudantes. Essa estrutura favorecerá a avaliação da evolução do pensamento geométrico dos estudantes, proporcionando uma aprendizagem mais contextualizada.

A combinação da Teoria de Van Hiele com uma abordagem investigativa favorece um ensino eficaz de Geometria, promovendo aprendizagem ativa e

estruturada. A sequência acompanha as fases do pensamento geométrico, facilitando a transição entre níveis e a consolidação do entendimento sobre prismas e pirâmides. O uso de materiais concretos, ferramentas digitais e atividades colaborativas reforça a importância de metodologias diversificadas que dialoguem com a realidade dos estudantes e tornem o aprendizado mais envolvente.

Nesse contexto, o estudo demonstra que um planejamento estruturado, ancorado na Teoria de Van Hiele, pode potencializar a aprendizagem desses sólidos e abre caminho para pesquisas futuras que estendam essa abordagem a outros conceitos geométricos e cenários escolares, avaliando e ajustando seus efeitos em diferentes turmas, bem como implementar essa sequência de ensino com os estudantes.

REFERÊNCIAS

ALVES, G. S.; SAMPAIO, F. F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, Rio de Janeiro, n. 5, p. 69-76, 2010.

ALMOULOU, Saddo Ag; MANRIQUE, Ana Lucia; SILVA, Maria José Ferreira da; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, set./out./nov./dez. 2004.

BECKER, Fernando. Construção do conhecimento matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 65, p. 963-987, dez. 2019.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. 2. ed. Porto: Porto Editora, 1994.

COMO fazer uma pirâmide de papel. Um Como, 2025. Disponível em: <https://artes.umcomo.com.br/artigo/como-fazer-uma-piramide-de-papel-15.html>. Acesso em: 06 jun. 2025.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual Editora, 1994, p. 1-19.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

DIAS, M. S. S. Resolução de problemas geométricos no GeoGebra. **Revistas Eletrônicas da PUC-SP**. v.1. n.1. São Paulo. 2012.

LEITE, Thainá Morgana Ferreira; CAVALCANTE, Fabricio Fernandes; PACHÊCO, Franklin Fernando Ferreira. Um estudo sobre as figuras geométricas espaciais com estudantes do 3º ano do Ensino Médio a luz da Teoria de Van Hiele. **Μαθηματικά: epistemologia e educação**, Caruaru (PE), v. 1, 2023.

LOPES, E. M. C. SOUZA JUNIOR, A. J. Ensinar e aprender geometria analítica com tecnologias digitais por meio de um trabalho colaborativo. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 10, n. 2, p. 66-79, 2019.

NASCIMENTO F., GOMES N. D. C, CASTRO E. Geometria Analítica com uso do software GeoGebra: Experiências vivenciadas no contexto escolar. **Portal de Periódicos da Faculdade de Letras - UFMG**. n.1.v.4. 2015.

PONTES, Márcio Matoso de; CASTRO, Juscileide Braga de. A construção do conhecimento matemático do pedagogo: uma investigação sobre os saberes para a prática pedagógica com estatística. **JIEEM - Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 13, n. 4, esp., p. 515-524, 2020.

RAFAEL, Giskele Luz; BRITO, Luiz Carlos Cerquinho de. A aprendizagem matemática na concepção do estudante e suas perspectivas para a construção do conhecimento matemático. **Scheme**, Marília (SP), v. 12, n. 1, p. 41-72, jan.-jul. 2020.

RODRIGUES, Silmara Ribeiro; ELIAS, Henrique Rizek; TREVISAN, André Luis. Análise do conhecimento matemático para o ensino em um estudo de aula: um caminho para produzir tarefas de aprendizagem profissional. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 156-193, 2022.

RODRIGUES, Danielle dos Santos; KAIBER, Carmen Teresa. A Geometria Espacial no Ensino Médio: contribuições da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA). **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFMS**, v. 12, n. 28, p. 150-161, 2019.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; COUTO, Maria Elizabete Souza. Prática pedagógica no ensino de matemática: momentos de matematizar. **INTERMATHS**, v.5, n.1, p.163-181, 2024.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; CAZORLA, Irene Maurício. O Ciclo Investigativo no ensino de conceitos estatísticos. **Revemop**, Ouro Preto, Brasil, v. 2, e202018, p. 1-22, 2020.

SANTOS, Edivania Augusto dos; SILVA, André Felipe da; SILVA, Sumária Sousa. As potencialidades do Tangram no ensino de Geometria por meio do software GeoGebra. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 61-80, 2021.

SANTOS, Sidnei Huebert dos; AMÂNCIO, Roselene Alves. O ensino de figuras tridimensionais no 6º ano do ensino fundamental: contribuições do modelo de Van Hiele. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 161-181, 2021.

SILVA, Rodrigo Sychocki da; GAYESKI, Rose Grochot. Uma experiência de geometria plana com tecnologias no ensino básico: um olhar a partir da teoria de Van Hiele. **Revista de Educação Ciência e Tecnologia**, Canoas, v. 7, n. 1, 2018.

SILVA, M. B. Secções Cônicas: atividades com Geometria Dinâmica com base no Currículo do Estado de São Paulo. **Dissertação** (Mestrado) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SMILE AND LEARN-PORTUGUÊS. Sólidos Geométricos para crianças-Vocabulário ensino fundamental I. YouTube, 25 jun. 2019. 3min. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=gEm11EDh5U&t=3s>. Acesso em 5 jun. 2025.

PAIS, L C. Didática da Matemática: análise da influência francesa. Belo Horizonte: **Autêntica**, 2011.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993

USISKIN, Z. Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. **CDASSG Project**, Chicago, n. 3, p. 1-237, 1982.