

GEOMETRIA EXPERIMENTAL:

estudo desenvolvido com base na Teoria de Van Hiele e aplicado na EPT de jovens e adultos

EXPERIMENTAL GEOMETRY:

study developed based on Van Hiele Theory and applied to EPT for young people and adults

GEOMETRÍA EXPERIMENTAL:

estudio desarrollado con base en la Teoría de Van Hiele y aplicado a la EPT para jóvenes y adultos

Nicolle de Carvalho Ribeiro

Universidade Estadual do Tocantins (UNITINS)

<https://orcid.org/0000-0003-2617-9750>

Severina Andréa Dantas de Farias

Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

<https://orcid.org/0000-0002-4526-5235>

RESUMO:

O papel social de educar inclui o ensino de Matemática escolarizado, considerando a grande contribuição que este componente curricular pode ter na aquisição de conhecimento durante a vida das pessoas, a partir da necessidade de utilizarem conceitos, procedimentos e atitudes durante a sua existência. Assim, objetivou-se neste trabalho aplicar a Teoria de Van Hiele na discussão de figuras geométricas planas com estudantes da modalidade de Educação Profissional e Tecnológica de Jovens e Adultos. A metodologia utilizada teve caráter de estudo exploratório, do tipo pesquisa-ação, com abordagem descritiva, sendo utilizada um questionário semiestruturado com a temática socioeconômica e cognitiva, além de atividades de cunho experimental, envolvendo as unidades temáticas de Geometria e Grandezas e Medidas, na aplicação do recurso Espirolateral de Euler. Os resultados indicaram que o perfil dos participantes era constituído, em sua maioria, do gênero feminino, com idades acima de 25 anos, com constituição familiar, renda familiar menor que um salário-mínimo e finalizado o Ensino Médio a muito tempo. Verificou-se que quanto ao nível cognitivo, a maioria das participantes possuía boa compreensão prática, mas insuficiente conhecimento matemático formal com relação à geometria, dentre estas, duas ainda apresentaram muita dificuldade em acompanhar as atividades por falta de interesse, desatenção e/ou desconhecimento, além de apresentar dificuldade na utilização de instrumentos de medidas e na realização de procedimentos de cálculo. Diante disso, conclui-se que a aplicação da Teoria de Van Hiele contribuiu para o melhor entendimento das participantes na compreensão das representações e na realização de comparações e análise de representações geométricas planas, já que as atividades com graus hierárquicos favoreceram as etapas iniciais da Teoria, quando estas foram aplicadas com apoio do material concreto seguidas da representação visual e análise comparativa, ajudando na assimilação do conhecimento geométrico a partir da experiência realizada na sala de aula.

PALAVRAS-CHAVE: matemática. conceito da geometria. espirolateral de Euler. educação profissional tecnológica.

ABSTRACT

The social role of educating includes the teaching of Mathematics at school, considering the great contribution that this curricular component can have in the acquisition of knowledge during people's lives, based on the need to use concepts, procedures and attitudes during their existence. Thus, the objective of this work was to apply Van Hiele's Theory in the discussion of flat geometric figures with students studying Professional and Technological Education for Young People and Adults. The methodology used was an exploratory study, of the action research type, with a descriptive approach, using a semi-structured questionnaire with socioeconomic and cognitive themes, in addition to experimental activities, involving the thematic units of Geometry and Quantities and Measurements, in application of Euler's Spirolateral feature. The results indicated that the profile of the participants was mostly female, aged over 25 years, with a family background, family income lower than the minimum wage and having completed high school a long time ago. It was found that regarding the cognitive level, the majority of participants had good practical understanding, but insufficient formal mathematical knowledge in relation to geometry, among these, two still had great difficulty in following the activities due to lack of interest, inattention and/or lack of knowledge. , in addition to presenting difficulties in using measuring instruments and carrying out calculation procedures. In view of this, it is concluded that the application of Van Hiele's Theory contributed to a better understanding of the participants in understanding representations and in carrying out comparisons and analysis of flat geometric representations, since activities with hierarchical degrees favored the initial stages of the Theory , when these were applied with the support of concrete material followed by visual representation and comparative analysis, helping to assimilate geometric knowledge from the experience carried out in the classroom.

KEYWORDS: mathematics. geometry concept. Euler spirolateral. professional and technological education.

RESUMEN

El papel social de educar incluye también la enseñanza de la Matemática en la escuela, considerando el gran aporte que este componente curricular puede tener en la adquisición de conocimientos durante la vida de las personas, a partir de la necesidad de utilizar conceptos, procedimientos y actitudes durante su existencia. Así, el objetivo de este trabajo fue aplicar la Teoría de Van Hiele en la discusión de figuras geométricas planas con estudiantes de Educación Profesional y Tecnológica para Jóvenes y Adultos. La metodología utilizada fue un estudio exploratorio, del tipo investigación acción, con enfoque descriptivo, utilizando un cuestionario semiestructurado con temática socioeconómica y cognitiva, además de actividades experimentales, involucrando las unidades temáticas de Geometría y Cantidades y Medidas, en aplicación. del rasgo espirolateral de Euler. Los resultados indicaron que el perfil de los participantes fue mayoritariamente femenino, con edad mayor a 25 años, con antecedentes familiares, ingresos familiares inferiores al salario mínimo y con un tiempo prolongado de estudios secundarios completos. Se encontró que en cuanto al nivel cognitivo, la mayoría de los participantes tenían buena comprensión práctica, pero insuficiente conocimiento matemático formal en relación a la geometría, entre estos, dos aún tenían grandes dificultades para seguir las actividades por falta de interés, falta de atención y/o falta de conocimiento, además de presentar dificultades en el uso de instrumentos de medición y realización de procedimientos de cálculo. Ante esto, se concluye que la aplicación de la Teoría de Van Hiele contribuyó a una mejor comprensión de los participantes en la comprensión de representaciones y en la realización de comparaciones y análisis de representaciones geométricas planas, ya que las actividades con grados jerárquicos favorecieron las etapas iniciales de la Teoría. , cuando estos fueron aplicados con apoyo de material concreto seguido de representación visual y análisis comparativo, ayudando a asimilar conocimientos geométricos provenientes de la experiencia realizada en el aula.

PALABRAS CLAVE: matemáticas. concepto de geometría. espirolateral de Euler. educación profesional y tecnológica.

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática escolar deve contemplar a formação humana, no seu sentido lato, permitindo o acesso ao universo de saberes, conhecimentos científicos e tecnológicos que foram e são produzidos, historicamente, pela humanidade, tornando-se necessário as políticas públicas, em especial, ao Programa de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA). Acredita-se em uma educação integrada à formação profissional, que permita compreender o mundo, compreender-se no mundo e nele atuar na busca de melhoria das próprias condições de vida e da construção de uma sociedade socialmente justa.

Conforme a Plataforma Nilo Peçanha- PNP (Brasil, 2022), no Brasil existem 362 cursos ofertados para o PROEJA concomitante e integrado, disponibilizados até o momento em 17.706 matrículas para 6.447 vagas. Perante esse cenário, 10.921 inscritos, 3.850 ingressantes e quantificando 2.051 concluintes. Ainda mediante dados da plataforma, para a região Nordeste do Brasil existem 13 instituições que ofertam o PROEJA, estes sendo distribuídos em 122 cursos, 947 ingressantes e até o momento 625 concluintes.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018, p. 263), no tópico Área da Matemática, nos diz que “O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades”. Diante disso, torna-se necessário conversar com os alunos e questioná-los em sala sobre os assuntos que venham ao encontro de seus interesses, e quais eles sentem mais dificuldade em compreender no dia a dia.

Conforme descrito na área de matemática, para os conteúdos que envolvem a geometria e suas figuras bidimensionais, a teoria de Van Hiele é um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, constituído pelo conceito de que o raciocínio dos estudantes passa por uma série de níveis sequenciais e ordenados, onde “cada nível supõe a compreensão e utilização dos conceitos geométricos de maneira distinta, o que se reflete na forma de interpretá-los, defini-los, classificá-los e fazer demonstrações” (Silva; Candido, 2008). O ensino da geometria não pode ser realizado de maneira mecânica. É preciso que o trabalho do professor favoreça o avanço dos alunos de um nível de pensamento a outro por meio de atividades orientadas.

O problema de pesquisa está atrelado a seguinte questão: de que forma a aplicação da teoria de Van Hiele pode contribuir para o desenvolvimento da compreensão conceitual de figuras geométricas planas entre estudantes do PROEJA, promovendo maior motivação e segurança na aprendizagem? Diante disso, a teoria de Van Hiele oferece uma abordagem estruturada para o desenvolvimento do pensamento geométrico, organizada em níveis que respeitam a progressão cognitiva do aluno do PROEJA. Aplicar essa teoria nesse contexto pode potencializar a aprendizagem, tornando as aulas mais dinâmicas e atrativas, além de proporcionar segurança para que os estudantes argumentem, comparem e organizem informações de forma lógica. Assim, o objetivo do trabalho foi aplicar a teoria de Van Hiele na discussão conceitual de figuras geométricas planas com estudantes da modalidade de Educação Profissional e Tecnológica de Jovens e Adultos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Conceitos da geometria e o processo de escolarização

As origens da Geometria remontam às próprias origens da civilização através de registros escritos sobre temas geométricos oriundos das civilizações egípcia, suméria e babilônica, muito anteriores aos gregos, que são considerados os fundadores da geometria como disciplina autônoma (Pinho; Batista; Carvalho, 2010). A palavra Geometria fornece alguns indícios sobre as motivações fundamentais que os povos antigos tiveram para o estudo desta disciplina.

Discutir Geometria envolve: “[...] o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (Brasil, 2018, p. 271). É considerável iniciar os estudos da Geometria desde os primeiros anos escolares, de forma experimental, a partir das representações de objetos no espaço, destacando as suas características e propriedades presentes.

Segundo Silva e Candido (2008), no nível visual, o conhecimento de geometria é básico, a percepção das figuras geométricas ocorre de forma global e individual. A descrição das figuras é baseada principalmente em seus aspectos físicos e posição no espaço. As propriedades geométricas são utilizadas de forma imprecisa. Inicia-se a introdução de um vocabulário matemático para falar das figuras e descrevê-las.

Para Pires, Curi e Campos (2000, p. 30), pode-se afirmar que “a geometria parte do mundo sensível e a estrutura no mundo geométrico – dos volumes, das superfícies, das linhas, dos pontos.” Para Piaget (2002), sendo uma lógica, o espaço é em primeiro lugar um sistema de operações concretas, inseparáveis da experiência que elas informam e transformam por suas determinações próprias. Depurando-se progressivamente e destacando-se de seus vínculos experimentais, estas mesmas operações podem tornar-se “formais” e é a este nível, em que a geometria se vê promovida a categoria de lógica pura, que o espaço aparece como um “continente” ou uma “forma”, independente do seu conteúdo (Piaget, 2002, p. 12).

De acordo com Machado (1998), o conhecimento geométrico é caracterizado a partir de quatro aspectos, a saber: percepção, concepção, representação e construção, todos inter-relacionados, configurando uma estrutura por meio da qual se pode aprender o significado do ensino da geometria.

O pensamento geométrico do aluno se inicia com a exploração de posições e movimentações espaciais, bem como as características e representações de figuras geométricas planas e não planas. Esse pensamento, segundo a BNCC, “[...] é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes” (Brasil, 2017, p. 271).

2.2 O ensino de geometria e a teoria de Van Hiele

O ensino de medidas estabelece a integração entre os conhecimentos de Números e Geometria favorecendo ao mesmo tempo, significado à ampliação dos números naturais para os racionais e suporte para a compreensão das propriedades das figuras geométricas. O desenvolvimento da percepção de superfície é importante porque envolve a noção de preenchimento do espaço.

Para a educação básica, a BNCC está dividida para o ensino fundamental em componentes curriculares (anos iniciais e anos finais) que se intersectam na formação dos alunos, embora se preservem as especificidades e os saberes próprios construídos e sistematizados nos diversos componentes (Brasil, 2017).

A BNCC para o Ensino Médio está organizada em quatro áreas do conhecimento, conforme determina a Lei de Diretrizes e Bases da Educação -LDB:

As áreas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Biologia, Física e Química), Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (História, Geografia, Sociologia e Filosofia) e Matemática e suas Tecnologias (Matemática) seguem uma mesma estrutura: definição de competências específicas de área e habilidades que lhes correspondem (Brasil, 2017, p. 33).

Os estudantes do Ensino Fundamental têm a oportunidade de desenvolver habilidades referentes ao pensamento numérico, ampliando a compreensão a respeito dos diferentes campos e significados das operações.

Em relação ao pensamento geométrico, eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. No que se refere a Grandezas e Medidas, os estudantes constroem e ampliam a noção de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, e obtêm expressões para o cálculo da medida da área de superfícies planas e da medida do volume de alguns sólidos geométricos (Brasil, 2017, p. 91).

No Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, apresentado pela BNCC (Brasil, 2017, p. 93):

Tais considerações colocam a área de Matemática e suas Tecnologias diante da responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes, para promover ações que estimulem e provoquem seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum.

Os conteúdos abordados e discutidos na área de Matemática e suas tecnologias é sobre perímetro e área, em que Gaspar e Mauro (2007, p.277) destaca:

[...] no estudo de área e perímetro é necessário considerar três polos: o geométrico - que compreende as figuras geométricas e seu contorno; o numérico - que se refere às medidas das grandezas área e perímetro, composto por números reais não-negativos e da grandeza relacionado às ideias de área e perímetro, constituindo-se nas propriedades das figuras geométricas e do seu contorno. E também, recomenda-se uma exploração de situações de comparação, produção e medidas na resolução de situações-problema, envolvendo muitas vezes as estimativas.

O modelo de Van Hiele (Nasser, 2000), para o desenvolvimento do raciocínio em geometria, no qual sinalizam que os alunos progridem na compreensão de conceitos, enquanto eles aprendem geometria, consiste em uma sequência de cinco níveis de compreensão, variando de 0 a 4. São eles: visual, descritivo/analítico, dedução informal, dedução formal e rigor (Figura 1).

Figura 1. Níveis de compreensão de conceitos geométricos na teoria de Van Hiele

Níveis de Aprendizagem	Características	Exemplo
Nível 0: Visualização	O aluno identifica, compara e nomeia figuras geométricas, com base em sua aparência global.	Classificação de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
Nível 1: Análise	Os componentes de uma figura geométrica são analisados, suas propriedades reconhecidas e o uso destas são utilizados para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: quatro lados iguais, quatro ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
Nível 2: Dedução Informal	O aluno estabelece relações e implicações entre as figuras, classificando-as em relação a suas propriedades.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: quatro lados iguais, quatro ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
Nível 3: Dedução Formal	Domínio do processo dedutivo e de demonstrações. O aluno realiza demonstrações formais das propriedades já compreendidas e ainda descobre novas propriedades.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	O aluno estabelece e compara teoremas e axiomas.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: Nasser, 2000, p. 40.

Na formulação da teoria, os Van Hiele afirmam que o aluno passa de um momento de transição entre um nível e outro. Assim na figura 2 apresenta um resumo das fases de aprendizagem do modelo.

Figura 2. Fases do aprendizado para cada nível do Modelo de Van Hiele

Fase	Características	Exemplos
Interrogação informada	Troca de informações entre professores e alunos sobre o objeto de estudo. O vocabulário é próprio do nível em que os alunos se encontram.	Questionamento acerca do número de lados dos polígonos e o consequente número de ângulos internos.
Orientação dirigida	Exploração do objeto de estudos em atividades pré-selecionadas pelo professor de forma a dar aos alunos capacidade de ter respostas específicas e objetivas.	Atividades contextualizadas, que auxiliem o aluno a definir área e identificar quando é solicitada nos exercícios.
Explicação	Troca de visões entre alunos acerca das observações feitas na fase anterior. Nesta fase, começa a tornar-se evidente o sistema de relações de níveis.	Atividades de manipulação, na tentativa de transformar polígonos e círculos em retângulos, no objetivo de encontrar fórmulas de áreas.
Orientação livre	Atividades mais complexas, com diversos resultados. Com isso, o estudante tem condições de tornar explícitas as relações do objeto de estudo, o que lhe trará maior autonomia e confiança no aprendizado.	Atividades utilizando áreas em uma construção, onde o aluno deve relacionar a área total com o rendimento de um balde de tinta, por exemplo.
Integração	O aluno sintetiza o que aprendeu, a fim de formar uma visão geral da nova rede de objetos e das relações entre eles.	Classifica os quadriláteros e percebe que quadrados são retângulos e que ambos são paralelogramos.

Fonte: Nasser, 2000, p. 45.

Mediante as fases de aprendizagem do modelo, a passagem de um nível para outro depende muito mais da instrução empregada pelo professor, do que pela idade do aluno. Segundo Pértile (2011), o método de ensino, a forma de organização do curso, o conteúdo e o material didático utilizado são fundamentais para a progressão do aluno.

2.3 O ensino da Matemática a partir da Geometria Experimental

Uma ferramenta pedagógica que tem chamado a atenção de professores e pesquisadores é a utilização de malha quadriculada como material manipulativo que favorece a compreensão no ambiente escolar. Esse recurso estimula a criatividade, raciocínio lógico e a aprendizagem lúdica, pontuando que o reconhecimento deste instrumento pelos professores de diversas áreas vem crescendo gradativamente.

Um dos fatores responsáveis pela inclusão da malha quadriculada em sala de aula apontam avanços a partir da utilização de estratégias de resolução como ladrilhamento e decomposição e composição de figuras, outros evidenciam algumas dificuldades como a não dissociação entre área e perímetro, ou entre a grandeza área e sua medida.

Segundo SADEAM (Sistema de Avaliação do Desempenho Educacional do Amazonas) (2014, p.44), a malha quadriculada:

[...] através do número de faces, também identificam a localização ou movimentação de objetos em representações gráficas situadas em referencial diferente do aluno e reconhecem que a medida do perímetro de um polígono, em uma malha quadriculada, dobra ou se reduz à metade, quando os lados dobram ou são reduzidos à metade.

Servindo como importante instrumento que pode ser utilizado por professores, a malha quadriculada vem contribuindo no processo de aprendizagem do aluno, sendo um recurso didático a ser utilizado em sala de aula. Os alunos, através da malha, conseguem compreender e fazer a distinção de perímetro e área, e a partir dos quadradinhos da malha fazer exercícios, e depois de utilizar a malha conseguir resolver problemas com e sem o uso deste recurso.

A malha quadriculada também pode ser utilizada para realizar a atividade Espirolateral de Euler, onde através de sistema de codificação são associados números, letras e direção com intuito de formalização de área para a discussão

conceitual de Área e Perímetro a partir de figuras planas construídas mediante um plano de orientação de ações no desenvolvimento da atividade.

Qualquer conjunto de pontos, com pelo menos um ponto considerado no espaço, é chamado de figura. Dolce e Pompeo (2005) afirmam que as figuras espaciais, considerado três dimensões, são analisados em planos distintos, com conceito de volume, e assim chamadas de figuras não planas.

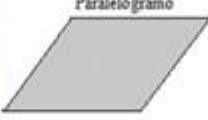
Como exemplo os sólidos geométricos estruturados, também chamados de poliedros e não poliedros (corpos redondos), podendo surgir a classificação esperada de prismas, pirâmides e outros poliedros (Figura 3). As representações espaciais como poliedros são aquelas em que parte dos pontos se apoia na superfície e parte não, ficando fora dela.

Figura 3. Poliedros, várias faces poligonais (formadas por linhas retas) e não poliedros, sólidos arredondados



Fonte: Farias, 2017.

Figura 4. Aspecto geométrico de figuras planas poligonais e não poligonais

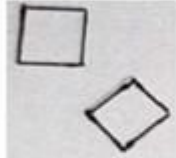
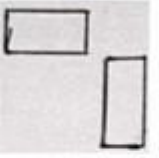
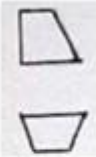
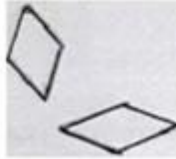
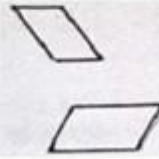
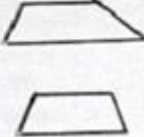
Polígonos		Não polígono
Possuem vários lados (formados por segmentos de retas). Poli - gonos = vários ângulos		Não possui lados
Quadrado  Retângulo  Paralelogramo  Triângulo  Trapezo  Pentágono  Losango 		Circulo 

Fonte: Farias, 2017.

Para as figuras planas, representadas em duas dimensões, possuem uma região plana fechada por segmentos de reta, destacando-se as figuras poligonais e não poligonais (Figura 4).

Os polígonos possuem lados, vértices e ângulos internos, e para as figuras de formas planas pode-se avaliar por exemplo o quadrilátero na figura 5, classificando-o como Paralelogramos, têm dois pares de lados paralelos; Trapézios, possuem apenas um par de lados paralelos e; Não Paralelogramo/Não Trapézio, não possui nenhum de seus lados paralelos.

Figura 5. Classificação do quadrilátero

Polígono	Paralelogramo		Não Paralelogramo	
	Losango	Não Losango	Trapézio	Não Trapézio
Retângulo				
Não Retângulo				

Fonte: Farias, 2017.

É importante salientar que Matemática não é um processo mecânico de se chegar a um resultado, pois temos máquinas que são muito mais eficientes em fazer isso. Matemática é um conjunto de dados organizados logicamente, e rigorosamente verificados pela eficiência de sua estrutura, com conceitos triviais, e com metodologias que confirmam as propriedades dos números até sua lógica que permite chegar a uma resolução.

2.4 Matemática na modalidade de Educação de Jovens e Adultos

É muito importante pensar na Matemática de maneira universal para que supostamente todos os cidadãos adquiram os conhecimentos necessários para a vida ao sair da escola. Berlinghoff e Gouvêa (2010) apontam que cada etapa do desenvolvimento da Matemática é construída com base naquilo que veio antes,

impulsionada pelas necessidades que surgem na conjuntura em que tal área é discutida.

O acesso ao Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos, PROEJA, atende trabalhadores, jovens e adultos na faixa etária fora daquela compreendida pelas regras da escolaridade universal obrigatória determinada pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB, Lei 9.394 de 2023 e pelas Diretrizes Curriculares Nacionais de Educação de Jovens e Adultos (DCN EJA – Resolução nº 1/2000 do Conselho Nacional de Educação) (Brasil, 2013).

A LDB situa a educação profissional e tecnológica na confluência de dois dos direitos fundamentais do cidadão: o direito à educação e ao trabalho. Isso a coloca em uma posição privilegiada, conforme determina o Art. 227 da Constituição Federal, ao incluir a “educação” e a “profissionalização” como dois dos direitos que devem ser garantidos com absoluta prioridade.

O PROEJA abrange cursos de formação inicial e continuada (FIC) ou qualificação profissional e de educação profissional técnica de nível médio, os quais consideram as características de seu público de jovens e adultos. Esta formação profissional, mediante a construção prévia de projeto pedagógico integrado único, pode ser articulada ao ensino fundamental ou ao ensino médio, sendo este último considerado de forma integrada ou concomitante, nos termos do art. 4º, § 1º, incisos I e II, do Decreto no 5.154, de 2004 (Brasil, 2007).

Instituições ofertantes do curso PROEJA visam oportunizar o acesso do público-alvo e contribuir com o avançar na sua formação escolar de maneira articulada com a educação profissional, seja em cursos de qualificação ou técnico. Segundo Ramos (2017) o ensino, incluindo da Matemática deve ser de maneira simples e coerente, tornando a sua prática útil e realmente indispensável para a vida do homem e para que isso ocorra, é necessário relacionar sempre a prática pedagógica com os tempos modernos, usando técnicas avançadas e direcionadas no processo de aprendizagem.

Segundo a Brasil (2013, p.217):

Em relação aos pressupostos e fundamentos para a oferta de um Ensino Médio de qualidade social, incluindo, também, a Educação Profissional Técnica de Nível Médio, são apresentadas as dimensões da formação humana que devem ser consideradas de maneira integrada na organização

Sempre e em qualquer das formas articuladas ou na forma subsequente, é condição necessária que o estudante da Educação Profissional Técnica de Nível Médio possa receber o correspondente Diploma de Técnico, que tenha concluído o Ensino Médio, cursado regularmente, na chamada idade própria, ou na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (Brasil, 2013).

Frente ao processo de crescente exclusão social, desemprego estrutural, desassalariamento, desemprego juvenil, baixa escolaridade e qualificação insuficiente dos trabalhadores, concentração da riqueza, reestruturação produtiva e incorporação das tecnologias de informação e comunicação no processo produtivo, as mudanças e as transformações só serão significativas se forem, efetivamente, estruturais e profundas, ou seja, se envolverem a configuração de uma outra sociedade, em bases éticas-políticas, culturais e sociais.

A tradição da oferta de cursos de excelência da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica vem compor com experiências inovadoras na oferta do PROEJA no Brasil, integrando a educação básica à formação profissional, tendo como produto uma formação essencialmente integral e maximizando oportunidades de inserção social e econômica.

3 METODOLOGIA

A pesquisa teve caráter de estudo exploratório, do tipo pesquisa-ação, com caráter descritivo do ensino de Matemática.

A pesquisa exploratória de acordo com Gil (2007, p.34), “visa proporcionar maior proximidade com o problema, tornando-o mais compreensível ou construindo hipóteses acerca do tema e com relação ao caráter descritivo”.

A pesquisa ação dá ênfase à análise das diferentes formas de ação, mostrando os aspectos estruturais da realidade social, aplicados em diversas áreas, em particular educação, comunicação, serviço social, organização, tecnologia rural e práticas políticas (Thiollent, 1986). Segundo Corrêa et al. (2018) a pesquisa-ação é uma estratégia de intervenção social, que oportuniza aos envolvidos discutirem, refletirem sobre seus próprios problemas em busca de soluções possíveis.

Os dados coletados foram analisados de forma criteriosa e as informações obtidas junto às amostras foram apresentados qualitativamente, não viabilizando uma análise estatística. Conforme Gil (1999) uma abordagem qualitativa, possibilita uma investigação mais profunda das questões relacionadas ao fenômeno em estudo e das suas relações, tendo em vista um contato direto com a situação estudada.

Segundo Lozada e Nunes (2018) este tipo de pesquisa é conceitual, pois seus dados são coletados diretamente no contexto natural e nas interações sociais que ocorrem, sendo analisados diretamente pelo pesquisador e o levantamento dessas informações permitem elaborar um acervo de conceitos pertinentes à execução da pesquisa, bem como, a obtenção do resultado esperado.

Assim, a pesquisa foi desenvolvida em uma instituição pública do município de Irecê- Bahia, no período de setembro a novembro de 2022, com oito estudantes matriculados no 4º semestre do Curso Técnico em Administração pertencentes a Educação Profissional Técnica de Nível Médio (EPTNM), na modalidade PROEJA. Os cursos do PROEJA consistem em cursos integrados para quem tem a partir de 18 anos, indicado para quem deseja voltar a estudar e para acesso é preciso ter feito o Ensino Fundamental, visto que o curso contempla o Ensino Médio com um profissionalizante.

Os cursos do PROEJA possuem seleção específica em cada campus da Bahia através de vagas que são distribuídas entre a ampla concorrência (todos que fazem a seleção) e reserva de vagas (para quem estudou em escola pública).

3.1 A investigação e análise

A turma EPTNM foi o objeto de estudo para verificação do ensino da Matemática quanto ao conteúdo de medidas e grandezas. Assim, a pesquisa consistiu inicialmente em conhecer a turma, através da observação e por entrevista, e posteriormente aplicada uma série de atividades práticas em sala de aula. Mediante informações levantadas anteriormente, foram desenvolvidas atividades com o tema sobre Medidas, contemplando a unidade temática de Grandezas e medidas, cujo objeto do conhecimento foi Áreas e Perímetro de figuras planas.

Mediante habilidades da BNCC, sobre aplicação do recurso Espiral lateral de Euler (Figura 6), possibilitou-se identificar o (EM13MAT307), ou seja, empregar

diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais, como o remanejamento e a distribuição de plantações, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Figura 6. Atividade usando o recurso Espirolateral de Euler

Esta atividade consiste em que o aluno deve associar cada letra do alfabeto a um número correspondente, como indicado abaixo;

- Após a codificação será associada ainda a seguinte cadeia de letras DBEC (indicando as direções: para direita; para baixo; para esquerda e para cima respectivamente);
- A codificação de uma palavra, quando as indicações forem seguidas no papel quadriculado levará à elaboração de uma figura geométrica.

PROCEDIMENTO: O estudante deve associar cada letra do alfabeto a um número correspondente, como indicado abaixo.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8
L	U	A	L	U	A	L	U	A	L	U	A	
3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	
D	B	E	C	D	B	E	C	D	B	E	C	

- a) A codificação será associada a seguinte cadeia de letras DBEC (indicando as direções: para direita; para baixo; para esquerda e para cima respectivamente). Utilize a palavra LUA conforme explicado.
- b) Faremos também uma atividade com a palavra SOL, usando o mesmo recurso.
- c) Perguntaremos que figura encontraram com as palavras propostas.

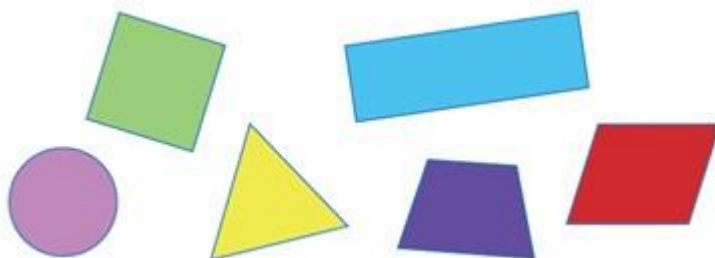
Fonte: Próprio autor, 2022.

Para essa atividade envolvendo a Geometria Experimental foi proposta com a utilização da malha quadriculada e contextualizada a partir do envolvimento do conhecimento matemático nas ações diárias das participantes. Esta atividade consistiu em realizar a associação de cada letra do alfabeto a um número correspondente, resultando na codificação de uma determinada palavra e posteriormente, a sua representação geométrica, a partir das indicações de orientação de localização no papel quadriculado.

Outra atividade foi para a definição, identificação (Figura 7) e métricas das figuras planas (Figura 8), voltado para a habilidade da BNCC, (EM13MAT505): Resolver problemas sobre ladrilhamentos do plano, com ou sem apoio de aplicativos

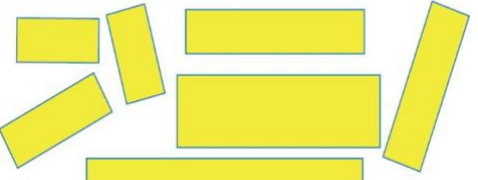
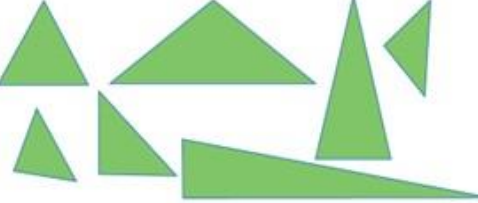
de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados, generalizando padrões observados.

Figura 7. Identificação de polígonos



Fonte: Farias, *et al.*, 2017, p. 13.

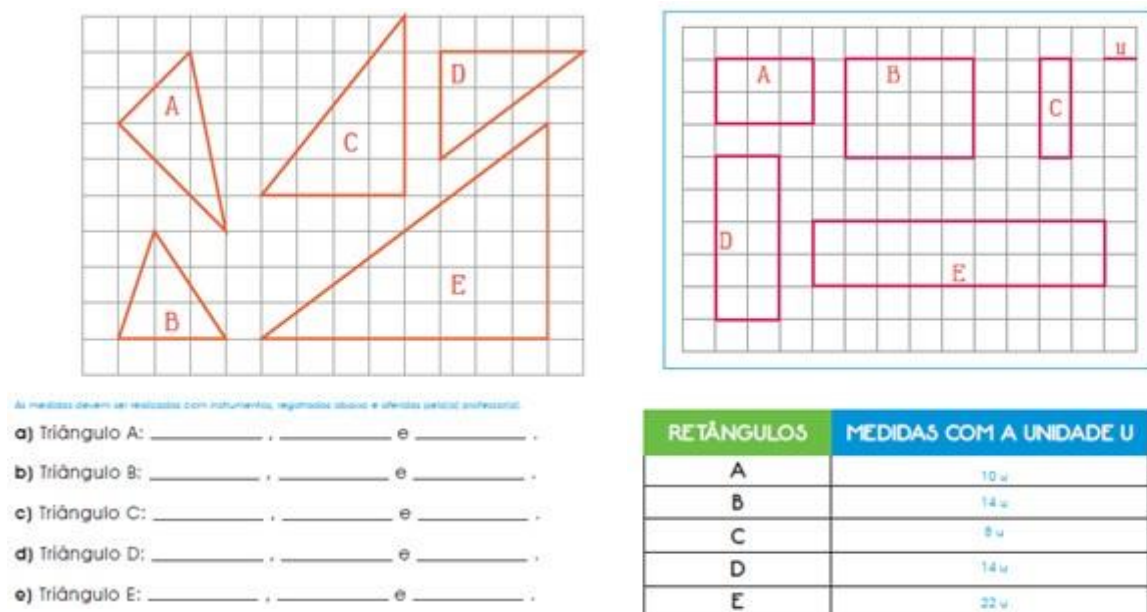
Figura 8. Métricas dos polígonos

	a) Todas essas figuras recebem o nome de _____ b) O quadrado tem quantos lados? _____ c) O quadrado pode variar apenas de tamanho e seu nome não muda, porque ele sempre tem _____ lados iguais e quatro ângulos _____
	a) Todas essas figuras recebem o nome de _____ b) O retângulo tem quantos lados? _____ c) O retângulo pode variar de tamanho ou formato, mas seu nome não muda, porque ele sempre tem lados opostos _____ e quatro ângulos _____
	a) Todas essas figuras recebem o nome de _____ b) O triângulo tem quantos lados? _____ c) O triângulo pode variar de tamanho ou formato, mas seu nome não muda, porque ele sempre tem _____ lados.

Fonte: Farias, *et al.*, 2017, p. 13-17.

Verificou-se na figura 9 outra habilidade da BNCC, (EM13MAT308) quanto a Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam a relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.

Figura 9. Medidas de figuras planas



Fonte: Farias, et al., 2017, p. 25.

Área e perímetro de figuras planas são conceitos de geometria importantes não só na vida escolar do estudante como em toda a sua existência uma vez que esses conhecimentos farão parte de seu cotidiano, tendo grande aplicação prática no dia a dia.

As habilidades do BNCC, resultaram quanto aos objetivos: -Relacionar os números aplicados no cotidiano como instrumento matemático; -Identificar as figuras planas, através dos quadrinhos em malha quadriculada; -Medir figuras de superfície; -Conhecer a área e perímetro de triângulos e quadrados.

3.2 Análise dos Dados

As informações levantadas, assim como os registros das atividades e discussões teórico/prática do conteúdo abordados em sala de aula foram reunidos e serão apresentados seus resultados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conforme as informações da PNP (Brasil, 2022), a Bahia na Modalidade Educação de Jovens e Adultos é contemplada em 4 cursos distribuídos no IF Baiano e 5 cursos do IFBA, sendo este último no campus Salvador, Santo Amaro e Irecê. No IFBA-Campus Irecê foi computado o curso técnico em administração com 67 matriculados, 40 vagas por período, e atualmente 12 inscritos, 8 ingressantes, e ainda nenhum concluinte.

Segundo os números apresentados acima, torna-se evidente que a educação para os jovens e adultos vem oportunizando a reinserção das pessoas ao conhecimento e defesa da educação para obtenção da diplomação, mediante a interrupção dos estudos na idade regular por diversos motivos, e contribuindo pela inserção digna destes a uma profissão como ferramentas de empregabilidade e mobilidade social.

Mediante a entrevista com os estudantes, foram verificados que todos os membros da pesquisa são representantes do sexo feminino com idade igual ou maior que 18 até os 60 anos.

No trabalho de pesquisa de Barros e Araújo (2016) foi levantado que para o curso técnico em administração na Rede Estadual do Mato Grosso foram encontrados o predomínio das mulheres com média de 40 anos.

Conforme as participantes da modalidade EJA, 62,5% retrataram uma renda familiar com menos de 1 salário-mínimo (R\$ 1220,00), sendo que 87,5% delas não moram com os pais, pois moram em outra cidade para trabalhar e estudar (12,5%), por serem casadas e terem filho (62,5%), ou por somente ter filhos (12,5%).

Das alunas participantes da pesquisa 75% delas têm entre 2 a 5 filhos que apresentam de 3 a 35 anos de idade. Somente as alunas com idade igual a 18 ou entre 18 e 25 anos não tem filhos. Consoante a Ruviaro (2011, p.10), mesmo diante de tantas tarefas diárias, a maternidade afasta dos estudos e depois aproxima e assim “essa vivência positiva das mães passa a ter significado na vida dos filhos.”

As alunas antes de ingressar no PROEJA, algumas delas finalizaram o ensino fundamental, e outras tinham o nível médio incompleto ou completo. Para aquelas que não conseguiram concluir o nível médio na idade regular, estas alegaram que precisaram se dedicar aos filhos, ou porque casou, ou por questões familiares e até por motivo de trabalho. Barros e Araújo (2016) também mencionaram os conflitos

existentes entre a necessidade de cuidados com a casa, com filhos, os estudos, e ainda o trabalho.

O trabalho é conciliado com as aulas por 75% das participantes da pesquisa. Segundo Torres et al. (2005) as mulheres presentes no mercado de trabalho preocupam-se em ser boas profissionais, mães extraordinárias e, ainda, gestoras da esfera doméstica.

Avaliando o nível de interação das alunas com a disciplina de Matemática, 62,5% delas relataram que gostavam da disciplina, antes de voltar os estudos na modalidade EJA. E quando abordado sobre terem auxílio nas questões de Matemática, ficou evidente que 75% não teve esse apoio e somente uma aluna citou ajuda dos amigos do colégio.

Ao ser pontuado sobre metodologias diversas para o aprendizado, 25% das alunas citaram que a metodologia utilizada pelos professores no ensino da Matemática foi considerada com dinamismo, ludicidade ou até mesmo diversificada para a interação do cotidiano em oposição a 75% das demais que não levantaram metodologias de aprendizagem satisfatória nos conteúdos de Matemática.

Visando entender a Matemática quanto aos conteúdos de maior e menor afinidade, foi desenvolvido a pesquisa-ação e apresentado a teoria de Van Hiele aos alunos, através das atividades resumidamente no quadro 1.

Quadro 1. Resumo das atividades desenvolvidas e os recursos aplicados

Atividades	Recursos
1. Conhecer a turma PROEJA	Pesquisa-ação
2. Grandezas e medidas	Espiralateral de Euler- reflexo cognitivo Malha quadriculada- geometria
3. Figuras planas	Questionário- número de lados Malha quadriculada- perímetro

Fonte: Próprio autor, 2022.

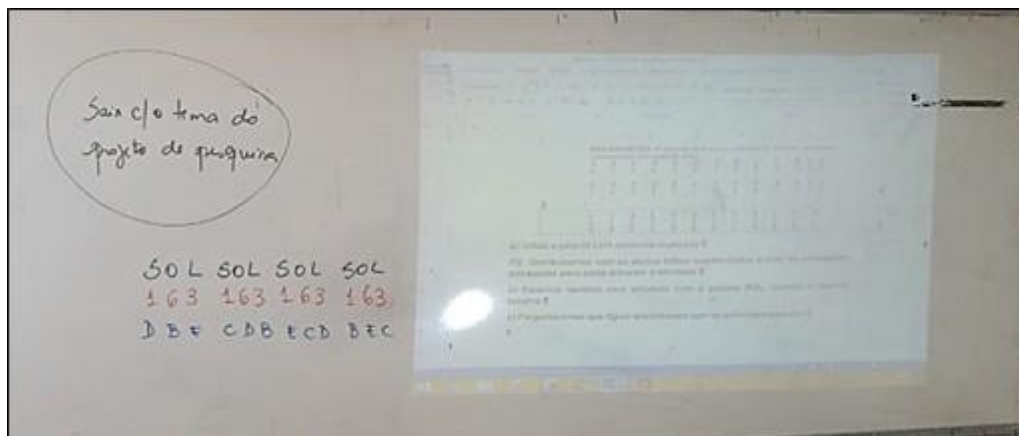
Berbel (2016) define que é necessário utilizar situações reais ou simuladas para estimular diferentes formas de desenvolver o processo de aprender, possibilitando assim solucionar os desafios advindos essencialmente da prática social, em seus diferentes contextos.

Como grandezas e suas medidas estão presentes nas atividades humanas, desde as mais simples até as mais elaboradas da tecnologia e da ciência, o estudo

das geometrias torna-se relevante e necessário durante o Ensino Básico (Pértile, 2011).

Assim, estes conseguem aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir figuras, como discutido na figura 10 sobre espirolateral de Euler.

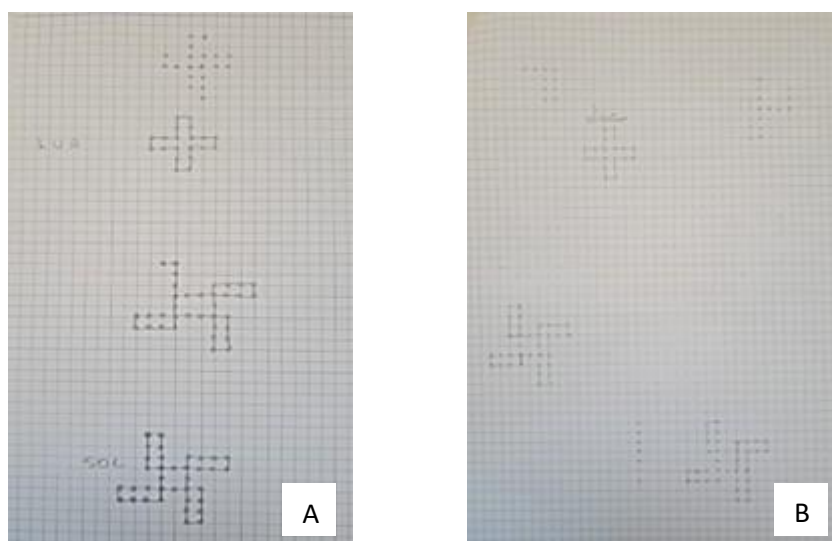
Figura 10. Atividade sobre Espirolateral de Euler



Fonte: Próprio autor, 2022.

As atividades foram consideradas de extrema interação entre a maioria das alunas, destacando que somente duas não conseguiram acompanhar as orientações do exercício, sendo observado a dificuldade na orientação (direita, esquerda) e de concentração (Figura 11).

Figura 11. Resultado da atividade espirolateral de Euler, mostrando dificuldade da aluna 1 (A) e aluna 2 (B)



Fonte: Próprio autor, 2022.

Conforme Vilaça (2018) a primeira noção de área, de superfície e de unidade padrão aparece na malha quadriculada. Muitas vezes a escola até trabalha com malhas e com mosaicos, mas esquece de desenvolver o olhar matemático para estas atividades a fim de aproveitá-las para formalizar determinadas habilidades e competências.

Para a atividade do dia quatro, a explicação teórica e demonstrações com argolas, planificação com caixa de creme dental, folha quadriculada, possibilitaram maior participação das alunas e assim o entendimento sobre figuras planas foi extremamente satisfatório (Figura 12).

Figura 12. Participação das alunas na atividade de Espirolateral de Euler



Fonte: Próprio autor, 2022.

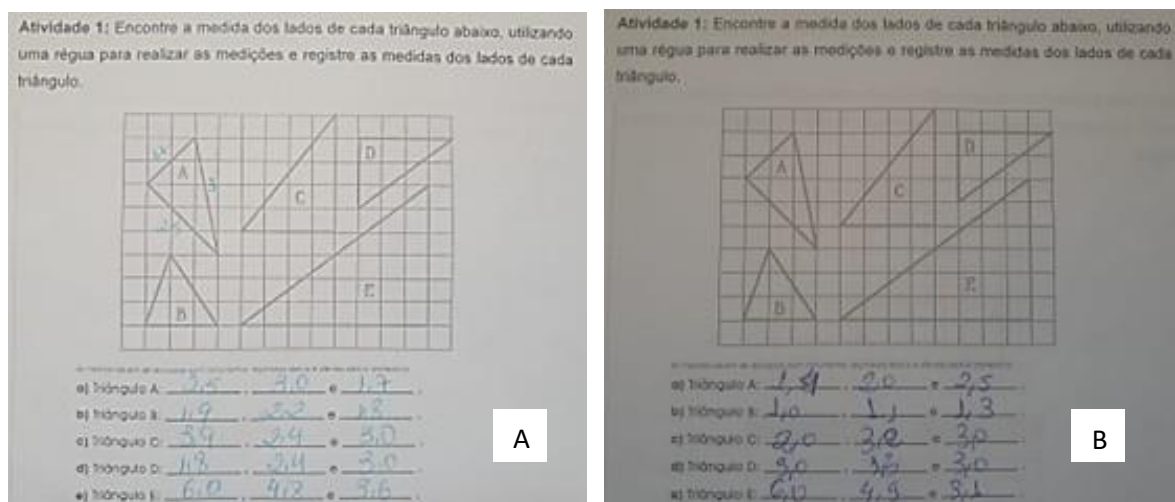
Ainda no quarto dia foram utilizados instrumentos de medição e assim possibilitado significativo envolvimento das alunas. Conforme Vilaça (2018), a construção dos instrumentos de medidas deve se basear nas situações de simulação de medidas, do ato de medir, levando o estudante e seu grupo a escolher as unidades de medida que julgarem apropriadas .

Os instrumentos de medição apresentam significativa importância, pois com o uso dos mesmos será possível mensurar grandezas não perceptíveis a olho nu, da mesma forma as medições trazem informações sobre o quesito ambiente físico de trabalho. Na Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos, Segundo Brasil (2007. p.16):

a maioria dos jovens e adultos que retomam os estudos já tiveram experiências negativas com o saber matemático. Portanto, as concepções que eles têm sobre a Matemática assim como sobre seu papel como alunos são fatores cruciais para a aprendizagem na EJA.

No quinto dia de atividade foram explicados conceitos sobre área de figuras geométricas, além de discutir sobre a importância das medidas quando se avalia o perímetro da figura. Conforme atividade, as medições utilizando o instrumento régua provocou muita insegurança, diante do encontro de medidas diferentes entre as participantes. Foi perceptível que algumas alunas não sabiam como posicionar a régua para iniciar a medição e assim muitas avaliações com valores diferenciados (Figura 13).

Figura 13. Atividade de avaliação das medidas, corretas (A) e erradas (B)



Fonte: Próprio autor, 2022.

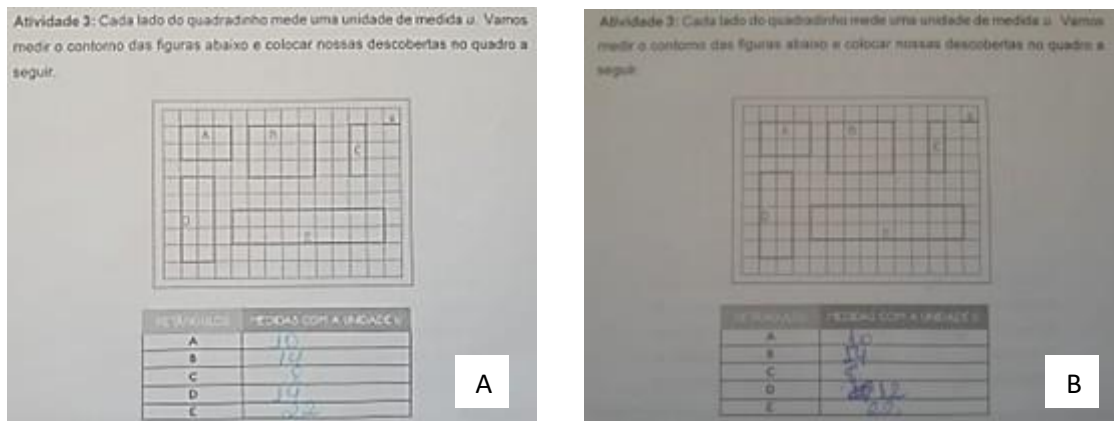
Ressalta-se que a aluna 2 também apresentou bastante dificuldade para medições, sendo apresentado na figura 13 como o exemplo com mais erros nas medidas.

Para a avaliação quanto a analisar área e perímetro também foi verificada dificuldade de compreensão pela aluna 2, mesmo diante das explicações e demonstrações do conteúdo (Figura 14).

Para Portanova et al. (2005) no nível visual, o aluno apenas percebe e relaciona objetos e com o material concreto leva o aluno a desenvolver as habilidades de síntese

e análise, o que lhe permite construir condições que o levem a discernir um objeto numa globalização, quando os elementos que o formam conduzem-no para a análise.

Figura 14. Atividade medindo o perímetro, correto (A) e errado (B)



Fonte: Próprio autor, 2022.

As atividades foram finalizadas abordando área, perímetro e forma, contribuiu para que algumas alunas rememorassem alguns conceitos do assunto e mostrou que a didática envolvendo situações do cotidiano favorece melhor a fixação do material, assim como aumenta o interesse do aluno no conteúdo de grandezas e medidas de figuras planas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas e organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área, destacando os Números, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Este modo, deve-se envolver toda a educação básica e a Educação Profissionalizante, materializando-se neste estudo, sobretudo, no Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA).

Neste trabalho foram verificados junto aos alunos da modalidade de Educação de Jovens e Adultos, o perfil da turma participante da pesquisa e os aspectos socioeconômicos e cognitivos relevantes a escolarização dos participantes. Verificando que todas as participantes eram do gênero feminino, com idade acima de

25 anos e com filhos. Quanto a renda familiar, constatou-se que a maioria delas sobrevivia com menos de um salário-mínimo, tendo finalizado o nível escolar a mais de 10 anos e decidindo por retornar aos estudos, alegando que precisaram priorizar os filhos e a família ou por motivo de trabalho.

Na pesquisa, a maioria das alunas conseguiram lembrar de conteúdos da Matemática considerados, individualmente, interessantes. Para a aplicação da Matemática no cotidiano, algumas alunas também identificaram a sua utilização, mesmo quando 75% delas não sabiam o que significava ou se tiveram metodologias de aprendizagem satisfatória nos conteúdos de Matemática.

Quanto as atividades aplicadas, duas alunas tiveram dificuldade de acompanhar as atividades, por falta de interesse, desatenção ou desconhecimento, mesmo diante das sucessivas explicações do conteúdo. Na atividade de espirolateral de Euler e das medidas de figuras planas encontradas foram considerados momentos de grande participação das alunas. Uma observação importante é que mesmo verificando alunas com baixo conhecimento nos assuntos abordados, dificuldades de conduzir medidas com o instrumento régua foi evidenciado, assim como calcular o somatório para obtenção do perímetro.

Diante do acompanhamento das atividades e conhecendo a turma do 4º período do EJA sugeriu-se a aplicação de atividades futuras na discussão de superfícies e áreas de representações geométricas com o uso de tecnologias ativas. Neste universo, foi proposto a aplicação da plataforma wordwall, criando atividades digitais interativas sobre geometria, grandezas e medidas, além do software geogebra de geometria dinâmica e experimental, ampliando o ensino e aprendizagem sobre os conhecimentos geométricos, além de modelagem de superfícies planas e espaciais. Ressaltando que futuras habilidades na BCNN podem ser atingidas com a utilização dessas tecnologias ativas sugeridas.

Ao final, constatou-se que a Teoria de van Hiele contribuiu em possibilitar um trabalho de forma melhor compreensível, constatando que os estudantes alcançam níveis de pensamento geométrico cada vez mais elaborados, através da criação de redes de relações construídas por ele, de forma lógica e dedutiva, ou seja, o pensamento geométrico evolui a partir das próprias experiências do discente.

A proposta deste trabalho envolveu o conhecimento da geometria a partir da realidade das alunas do PROEJA em uma instituição federal contribuindo com os

direitos fundamentais de jovens e adultos, voltados a educação e ao trabalho. É também fundamentada na valorização das experiências do indivíduo, na formação de qualidade aplicada do ensino, na idade regular, e principalmente envolvendo a perspectiva de inserção desses jovens e adultos ao mercado de trabalho.

REFERÊNCIAS

BARROS, Jessika Matos Paes; ARAÚJO, Regina Magna Bonifácio. Mulheres no Proeja: desafios na conciliação entre família, trabalho e estudo. *Movimento e revista da educação*, Ribeirão Preto, (5), p. 228-251. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.22409/mov.v0i5.32617>. Acesso em: 05 nov. 2022.

BERBEL, Neusi Aparecida Navas. *A metodologia da problematização com o arco de maguerez* (Livro eletrônico): uma reflexão teórico-epistemológica. Londrina: EDUEL. Edição do Kindle. 2016.

BERLINGHOFF, William; GOUVÊA, Fernando. *Matemática através dos tempos*: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Tradução Elza Gomide, Helena Castro. 2ª e. São Paulo: Blucher. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc-etapa-ensino-medio>. Acesso em: 01 nov. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. *PNP-Plataforma Nilo Peçanha*. 2022. Disponível em: <http://plataformanilopecanha.mec.gov.br>. Acesso em: 20 out. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. *Programa de Integração da Educação Profissional Técnica de Nível Médio ao Ensino Médio na Modalidade de Jovens e Adultos – PROEJA*. Documento Base. Brasília: MEC. 2007.

CORRÊA, Giovana Camila Garcia. *et al. Pesquisa-ação*: uma abordagem prática de pesquisa qualitativa. *Ensaio Pedagógicos* (Sorocaba), 2 (1), p. 62-72., 2018.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana*. Volume 9 – São Paulo: Atual. 2005.

FARIAS, Severina Andrea Dantas. *et al. Relações espaciais, de grandezas e operações numéricas - Consolidando - 3º ano*. Caderno 2. Coleção Práticas de Letramentos no Ciclo de Alfabetização. João Pessoa: Editora do CCTA. 2017.

GASPAR, Maria Terezinha; MAURO, Suzeli. *Contando histórias da Matemática e ensinando Matemática*. Coleção História da Matemática para Professores. Guarapuava (PR): SBHMat. 2007.

GIL, Antônio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 5.ed. São Paulo: Atlas. 1999.

GIL, Antônio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas. 2007.

LOZADA, Gisele; NUNES, Karina da Silva. *Metodologia científica*. [Recurso eletrônico]. revisão técnica: Ane Lise Pereira da Costa Dalcul. Porto Alegre: SAGAH, 238 p., 2018.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua*. 4. ed. São Paulo: Cortez. 1998.

NASSER, Lilian. *Geometria segundo a teoria de Van Hiele*. Instituto de Matemática – UFRJ, p. 93-99, 2000.

PÉRTILE, Karine. *O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico: uma análise de obras do programa nacional do livro didático para o ensino médio*. 85p. Dissertação, Educação em Ciências e Matemática. (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), PUCRS - Faculdade de Física, Porto Alegre, 2011.

PIAGET, Jean. *A noção do tempo na criança*. Rio de Janeiro: Record. 2002.

PINHO, José Luiz Rosas *et al.* *Geometria I*. 2. ed. – Florianópolis: EAD/UFSC/CED/CFM, 330 p., 2010.

PIRES, Célia Maria Carolino *et al.* *Espaço e Forma: A Construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental*. São Paulo: PROEM. 2000.

PORTANOVA, Ruth. *Um currículo de matemática em movimento*. Porto Alegre: EDIPUCRS. 2005.

RAMOS, Taurino Costa. A importância da Matemática na vida cotidiana dos alunos do ensino fundamental II. *Cairu em Revista*. Salvador, 6(9), p. 201-218, 2017.

RUVIARO, Ana Maria. *PROEJA e mulheres: uma oportunidade de ascensão para o mundo do trabalho*. 2011. Disponível em:
https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/14622/TCCE_EPIEBMJA_2011_RUVIA RO_ANA.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 11 nov. 2022.

SADEAM (Sistema de Avaliação do Desempenho Educacional do Amazonas). 2014. *Revista pedagógica*. Disponível em: Matemática <https://sadeam.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/04/AM-SADEAM-2014-RP-MT-5EF-WEB>. Acesso em: 30 set. 2022.

SILVA, Joyce Paula da; CANDIDO, Claudia Cueva. *O PNLD e sua relação com o Modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico*. São Paulo: USP. 2008.

THIOLLENT, Michel. *Metodologia da Pesquisa Ação*. 2ª ed. São Paula: Cortez Editora, 56p., 1986.

TORRES, Analia *et al.* *Homens e mulheres entre família e trabalho*. 2ª ed. Lisboa: DGEEP.CID, 258p., 2005.

VILAÇA, Marcel Muniz. *Investigando o processo de gênese instrumental de licenciandos em Matemática ao utilizarem o geoplano durante a realização de atividades sobre quadriláteros*. 145p. Dissertação, Educação Matemática e Tecnológica. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/32297/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O%20Marcel%20Muniz%20Vila%C3%A7a.pdf>. Acesso em: 05 nov. 2022.